



**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID**  
**ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR**

DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO FIN DE GRADO

# **ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE LA EVOLUCIÓN DE LAS ÓRBITAS Y EL FRENTE DE FISURA DE UN EJE GIRATORIO**

Titulación: Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Eduardo Estanheiro Mota

Tutora: Laura Montero García

Leganés, Febrero de 2016

## *RESUMEN*

La presencia de fisuras en un eje rotatorio supone un problema de integridad y seguridad para cualquier mecanismo. Es necesario anticiparse a la rotura del eje y poder reemplazarlo, realizando un mantenimiento predictivo.

En este proyecto se analizan una serie de datos de unos ejes ensayados en un banco de ensayo, inspirado en el rotor Jeffcott. Se analizan diferentes ejes en función de varios parámetros como la longitud característica de la fisura ( $\alpha$ ) y la posición de la masa excéntrica ( $\theta$ ). Con el objetivo de buscar un elemento indicativo de la propagación de las fisuras se recurre a dos métodos de análisis, las órbitas que generan los desplazamientos de los ejes y la aplicación de la Transformada de Fourier (FFT).

A la vista de los resultados obtenidos a lo largo del proyecto, podemos deducir que existen una relación entre los picos de desplazamiento que sufre un eje rotario y la propagación de la fisura, así como la evolución de las órbitas que genera.

A lo largo del proyecto se analizarán detalladamente cada uno de los ejes ensayados con sus diferentes parámetros característicos y se realizará una comparación entre ellos.

**Palabras clave:** eje rotatorio fisurado, evolución de órbitas, Transformada de Fourier, excentricidad.

## *ABSTRACT*

The presence of cracks in a rotating shaft involves a problem of integrity and security for any mechanism. It is necessary to anticipate the shaft breakage and can replace it, making a predictive maintenance.

In this project we are going to analyze a data series of assay shafts on a test bench, inspired on Jeffcott rotor. We are going to analyze different shafts in relation to several parameters such as the crack length ( $\alpha$ ) and the position of the eccentric mass ( $\theta$ ). With the aim of search an indicative element of the cracks propagation it has been used two methods of analysis, the orbits generated by displacement of the shafts and the application of the Fast Fourier Transform (FFT).

In view of the obtained results during the analyses, we can deduce that there is a relation between the displacement peaks, that normal suffers a rotary shaft, and the crack propagation, besides the evolution of the generated orbits.

Throughout this project there will be analyzed detailed each of the axles tested with their different characteristic parameters and a comparison between them.

**Keywords:** crack rotational shaft, orbits evolution, Fast Fourier Transform, eccentricity.

# ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS.....	6
ÍNDICE DE TABLAS .....	8
 <b>Capítulo 1</b>	
INTRODUCCIÓN .....	9
1.1 MOTIVACIÓN.....	9
1.2 OBJETIVOS.....	10
1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO .....	10
 <b>Capítulo 2</b>	
ANTECEDENTES.....	12
2.1 ROTODINÁMICA.....	12
2.2 JEFFCOTT ROTOR .....	15
2.3 MECÁNICA DE LA FRACTURA .....	17
2.4 COMPORTAMIENTO DE EJES FISURADOS.....	20
 <b>Capítulo 3</b>	
ESTUDIO EXPERIMENTAL .....	22
3.1 CARACTERÍSTICAS DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL .....	22
3.2 FRECUENCIA NATURAL DE UN EJE INTACTO .....	24
3.3 TIPOS DE ENSAYOS .....	27
 <b>Capítulo 4</b>	
RESULTADOS.....	29
4.1 TRANSFORMADA DE FOURIER (FFT) EN EJES CON DISTINTA PROFUNDIDAD DE FISURA .....	29
4.1.1 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.45$ Y $\theta=0^\circ$ .....	30
4.1.2 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.5$ Y $\theta=0^\circ$ .....	35
4.1.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	39
4.2 APLICACIÓN DE FFT A DISINTA EXCENRICIDAD .....	45
4.2.1 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.5$ Y $\theta=45^\circ$ .....	45
4.2.2 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.5$ Y $\theta=90^\circ$ .....	47
4.2.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	48

---

4.3 EVOLUCIÓN DE LAS ÓRBITAS Y LA FFT .....	50
 <b>Capítulo 5</b>	
CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....	54
5.1 CONCLUSIONES.....	54
5.2 TRABAJOS FUTUROS.....	55
 <b>Capítulo 6</b>	
PRESUPUESTO .....	57
 <b>Capítulo 7</b>	
BIBLIOGRAFÍA.....	60

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1- Esquema rotor Jeffcott [18].....	15
Figura 2.2- Esquemas básicos del rotor Jeffcott [4].....	16
Figura 2.3- Diagrama tensión deformación material frágil y dúctil.....	17
Figura 2.4- Fractura dúctil y fractura frágil [19].....	18
Figura 2.5- Modo I o apertura [19].....	18
Figura 2.6- Modo II o de deslizamiento [19].....	18
Figura 2.7- Modo III o de rasgado [19].....	19
Figura 2.8- Zonas de rotura de un eje fisurado [20].....	20
Figura 2.9- Tipos de frente de fisura.....	20
Figura 2.10- Factor de forma $\beta=0$ , $\beta=0.5$ , $\beta=1$ .....	21
Figura 2.11- Apertura y cierra de la fisura en función de la gravedad y su posición.....	21
Figura 3.1- Banco de ensayos [20].....	22
Figura 3.2- Dimensiones del eje (todas las unidades en mm).....	23
Figura 3.3- Posición de la excentricidad en el disco.....	23
Figura 3.4- Disposición de los sensores láser [20].....	24
Figura 3.5- Representación de los lazos de las órbitas de un eje.....	26
Figura 3.6- FFT para velocidad de giro 500 rpm.....	27
Figura 3.7 - FFT para velocidad de giro 680 rpm.....	28
Figura 4.1- FFT para 9mm excent0 17-9-2012 de 200 a 650 rpm.....	30
Figura 4.2- FFT para 9mm excent0 17-9-2012 de 680 a 900 rpm.....	31
Figura 4.3- Evolución del desplazamiento vertical del eje.....	32
Figura 4.4- Detalle del salto de desplazamiento vertical.....	32
Figura 4.5- FFT para 9mm excent0 21-9-2012 de 660 a 690 rpm.....	33
Figura 4.6- FFT para 9mm excent0 24-9-2012 t1 de 400 rpm.....	34
Figura 4.7- Desplazamiento en y del primer pico hasta rotura para $\alpha=0.45$ .....	34
Figura 4.8- FFT para 10mm excent0 11-4-2012 de 200 a 650 rpm.....	35
Figura 4.9- FFT para 10mm excent0 11-4-2012 de 680 a 690 rpm.....	36
Figura 4.10- Desplazamiento en y del segundo pico hasta rotura para $\alpha=0.50$ .....	37
Figura 4.11- FFT para 10mm excent0 20-4-2012 t2 de 400rpm.....	38
Figura 4.12- Desplazamiento en y del 1º pico hasta rotura para $\alpha=0.50$ .....	39
Figura 4.13- Comparativa de picos de desplazamiento $\alpha=0.45$ y $\alpha=0.5$ .....	40

Figura 4.14- Evolución total del desplazamiento vertical eje $\alpha=0.45$ .....	41
Figura 4.15- Detalle de las últimas muestras de desplazamiento vertical eje $\alpha=0.45$ .....	42
Figura 4.16- Evolución total del desplazamiento vertical eje $\alpha=0.5$ .....	43
Figura 4.17- Detalle de las últimas muestras de desplazamiento vertical eje $\alpha=0$ .....	44
Figura 4.18- FFT para 10mm excent45 11-5-2012 de 300-600rpm.....	45
Figura 4.19- FFT para 10mm excent45 11-5-2012 de 650-900rpm.....	46
Figura 4.20- FFT para 10mm excent90 17-5-2012 de 300-900rpm.....	47
Figura 4.21- Comparación de los desplazamientos verticales para $\theta=0^\circ$ $\theta=45^\circ$ y $\theta=90^\circ$ .....	49
Figura 4.22- Comparación de las órbitas y FFT 400-500 rpm.....	50
Figura 4.23- Comparación de las órbitas y FFT 650-690 rpm.....	53
Figura 4.24- Comparación de las órbitas y FFT 700-800 rpm.....	52

## *ÍNDICE DE TABLAS*

Tabla 3.1- Frecuencia natural y velocidad crítica de un eje, sistema biapoyado.....	25
Tabla 3.2- Frecuencia natural y velocidad crítica de un eje, sistema biempotrado.....	25
Tabla 4.1- Nomenclatura de los ensayos.....	29
Tabla 4.2- Desplazamiento vertical del primer y segundo pico, 9mm excent0 21-9-2012.....	33
Tabla 4.3- Desplazamiento vertical para $\theta=0^\circ$ $\theta=45^\circ$ y $\theta=90^\circ$ .....	48
Tabla 6.1- Estimación de horas de duración del proyecto.....	57



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### *1.1 MOTIVACIÓN*

Es común que en los elementos mecánicos de una máquina se encuentren distintos tipos de defectos. La aparición de una fisura en un elemento mecánico modifica las propiedades mecánicas, pudiendo así disminuir tanto rigidez como limitar su vida útil. La presencia de fisura produce un aumento de la flexibilidad local, esto se traduce en aumento de los desplazamientos y disminución de las frecuencias de vibración. Estas fisuras pueden aparecer debido a los esfuerzos a los que están sometidos los componentes o las condiciones de trabajo.

La falta de control o de identificación de defectos y más concretamente de las fisuras en elementos giratorios como son los ejes es un grave problema, ya que estos podrían fallar e incluso provocar un accidente. En el caso de los ejes existe un problema añadido, están sometidos a cargas cíclicas donde se produce un crecimiento de la fisura debido al fenómeno de fatiga. Este crecimiento se produce sobre un plano perpendicular al eje giratorio como consecuencias de los esfuerzos de flexión y torsión a los que se encuentra sometido. El fenómeno de fatiga se presenta ante la aparición de repetidos ciclos de carga, pudiendo no superarse en ningún caso el límite de resistencia del material. Un eje agrietado puede pasar desapercibido durante largos periodos de tiempo, favoreciendo el crecimiento estable de la fisura por fatiga vibratoria hasta alcanzar un tamaño crítico [1].

Existen un gran número de estudios que realizan experimentos para la identificación de las fisuras así como el estudio estático y dinámico de ejes rotatorios [2]. El principal objetivo de estos estudios es determinar el tamaño máximo de fisura el cual no ponga en peligro la integridad del propio elemento mecánico. Existen diferentes métodos o estudios relacionados con la identificación de los ejes fisurados. Uno de ellos, estudia la evolución de las órbitas que describe la sección del eje fisurado [3,4]. Existen diferencias entre las órbitas que produce un

eje intacto a las que produce un eje fisurado. Estas diferencias se suelen observar cuando nos aproximamos a las velocidades críticas o a la mitad de dicha velocidad. Dependiendo de la profundidad de fisura y de la posición angular de la excentricidad el tamaño de las órbitas varía. Estos cambios en las órbitas pueden ser algunos de los indicadores que el eje está fisurado y/o de que la grieta se está propagando.

Una de las principales tendencias de los estudios realizados es la aplicación al mantenimiento predictivo no destructivo, es decir, inspeccionar la pieza y determinar su estado sin necesidad de romperla. Este mantenimiento predictivo podría evitar una rotura, además del ahorro económico que supone inspeccionar una pieza de manera no destructiva. Esta situación explica el creciente interés por el comportamiento de las fisuras y particularmente el de los ejes fisurados.

## ***1.2 OBJETIVOS***

El objetivo de este proyecto es el análisis de las órbitas producidas por un eje fisurado, analizando una serie de datos obtenidos experimentalmente en el banco de pruebas. Relacionar estos datos entre sí e intentar determinar un vínculo en el desarrollo de las fisuras.

El objetivo principal es determinar en qué momento una fisura aumenta su tamaño y cuando se produce. Para ello se pretende obtener una relación entre los distintos datos experimentales en los que se puede observar una evolución de los ejes fisurados, dependiendo de la profundidad relativa de la fisura y la posición angular de la excentricidad.

## ***1.3 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO***

El presente proyecto consta de 7 capítulos cuyo contenido se dispone de la siguiente manera:

El Capítulo 1 está dedicado a una pequeña introducción en la que se plantean la importancia de la identificación de las fisuras en un eje rotatorio. Además se marcan los objetivos del propio proyecto.

En el Capítulo 2 se proporcionan antecedentes y conceptos básicos de rotodinámica, del rotor Jeffcott, de mecánica de la fractura y del comportamiento de los ejes fisurados.

En el Capítulo 3 se establecerán las condiciones en las que se han obtenido los datos experimentales, describiendo el dispositivo utilizado. Los datos de partida y los tipos de ensayo realizados.

En el Capítulo 4 se exponen los resultados obtenidos, donde se describe el procedimiento de cálculo de la Transformada de Fourier, se realiza un análisis de los datos obtenidos para ejes con diferentes tamaños de fisura y excentricidad.

En el Capítulo 5 se determinan las conclusiones de este proyecto. Así como una serie de trabajos futuros planteados para continuar el estudio de ejes fisurados.

En el Capítulo 6 se presenta un presupuesto en el que se desglosa, las horas de trabajo y el precio supuesto por la realización de este proyecto.

El Capítulo 7 nombra toda la bibliografía utilizada y consultada.

# CAPÍTULO 2

## ANTECEDENTES

### 2.1 ROTODINÁMICA

La rotodinámica determina los problemas que presentan los sistemas rotatorios debido a diversos factores internos y externos que afectan a su estabilidad. Esta rama de la mecánica pretende conocer el comportamiento y solucionar la inestabilidad del sistema. Los principales objetivos de un análisis rotodinámico son los siguientes: [4]

- Identificar y predecir las velocidades críticas. Las vibraciones máximas causadas por el desbalance del rotor se producen a esta velocidad crítica.
- Determinar soluciones para evitar alcanzar la velocidad crítica.
- Predecir las frecuencias naturales o críticas de las vibraciones. Son las frecuencias en las que el sistema entra en resonancia.
- Calcular las masas que permiten la corrección del sistema así como la posición de dichas masas, lo que se denomina excentricidad.
- Calcular las amplitudes del movimiento giratorio, estas amplitudes dependen de dos factores: de la distribución del desbalance y de la amortiguación del sistema de cojinetes.

La dinámica de la maquinaria rotatoria o rotodinámica ha sido investigada ampliamente durante los siglos XIX y XX. La rotodinámica es la rama de la mecánica aplicada al estudio del comportamiento y diagnóstico de estructuras rotatorias, desde motores aeronáuticos o turbinas hasta motores de automóviles. Los ejes fisurados han sido objeto de estudio desde mediados del siglo XX. Durante este periodo de tiempo se han ampliado los

conocimientos sobre el comportamiento dinámico de ejes fisurados, así como la identificación y detección de fisuras.

La investigación en el campo de la rotodinámica se remonta a 1869 con el artículo de W.J MacQuorn Rankine [5] sobre movimientos giratorios de un rotor. En este artículo se predijo que a partir de cierta velocidad de giro el eje se deforma de manera considerable. Con el objetivo de diseñar un eje más resistente, las primeras investigaciones se centraron en predecir la velocidad crítica que puede soportar un eje rotatorio. En 1894, Stanley Dunkerley [6] publicó un estudio sobre las vibraciones de ejes accionados por poleas, en el que derivó una fórmula experimental que proporcionaba la velocidad crítica más baja de un sistema multirrotor. Dunkerley fue el primero en usar el término de velocidad crítica para la velocidad rotatoria resonante.

La primera teoría fundamental de rotodinámica surge en un artículo escrito por Henry H. Jeffcott [7] en 1919. En el cual se determina como *rotor de Jeffcott* a un eje con un disco a la mitad de su longitud, también llamado *rotor de Laval* en honor de un ingeniero sueco Carl De Laval. De Laval publicó un trabajo en el que consiguió superar la velocidad crítica en una turbina de vapor. Aún hoy se utiliza el modelo de Jeffcott en muchas investigaciones y es el utilizado en este proyecto para obtener los datos experimentales.

En 1924, Aurel B. Stodola publicó un libro en el que incluye la dinámica de ejes elásticos con discos. Demostró que a velocidades supercríticas existen soluciones estables por el efecto de la aceleración de Coriolis.

Aproximadamente una década después se comenzó el estudio de sistemas con ejes asimétricos. La principal característica de los sistemas asimétricos es la aparición de vibraciones inestables en algunos rangos de velocidad de operación. Fue en 1933 cuando David M. Smith [8] obtuvo fórmulas que predecían como variaba la velocidad angular umbral para observar inestabilidades críticas.

Existen numerosos estudios que se centran el comportamiento de un eje fisurado, así como del modelo de rotor de Jeffcott. En los que se ha profundizado en la identificación y detección de ejes rotatorios fisurados. Algunos de estos estudios posteriores son lo que han sido de utilidad para la realización de este proyecto, a continuación se nombran algunos de ellos.

Estudios referentes a la variación de las órbitas en función de las diferentes frecuencias naturales y el tamaño de la fisura en el eje. La variación de las órbitas suele producirse en torno a la velocidad crítica o la mitad de esta. [10,11,12]

Análisis de las frecuencias naturales y velocidades críticas como método de detección de la posición de una fisura fueron objeto de estudio de los investigadores T. C. Tsai y Y. Z. Wang [2].

Existen numerosos estudios sobre identificación de fisuras de un eje. En 1995, Ishida [13] sugiere que para ciertos rangos de velocidad crítica es más sensible la presencia de fisuras. También se advierte que la posición del desbalance tiene relación con la fisura, este fenómeno es aplicado a la detección de grietas por Kavarana y Kirk [14]. Los métodos de identificación de grietas vienen resumidos en un artículo publicado por C.A. Papadopoulos [15].

Uno de los fenómenos de estudio es el breathing de un eje, estudiado por T. H. Patel y A. K. Darpe [16]. El investigador O. S. Jun y sus colaboradores presentaron un modelo matemático para analizar el fenómeno de apertura y cierre de una fisura.

Con el desarrollo de la tecnología de sensores, la capacidad de los ordenadores y el aumento de conocimientos, surgen diferentes técnicas de procesamiento de señales que se desarrollan durante un tiempo. En este proyecto se recurre al uso de la FFT (Fast Fourier Transform) para el análisis de la vibración en máquinas rotatorias. El análisis de espectro usando el algoritmo de FFT es una técnica ampliamente utilizada para el análisis de vibración en rotores, ya que los espectros y sus amplitudes de onda varían en concordancia con varios fallos del mecanismo. En nuestro caso esa variación de amplitud de las ondas vendrán determinados por la variación del tamaño de la fisura. El análisis FFT convencional, reconoce las señales vibratorias como cantidades reales por lo que frecuentemente el espectro pierde información orbital importante como la direccionalidad, por ejemplo, si va hacia delante o hacia atrás. Estas limitaciones se superan mediante la retención de la fase relativa entre dos medidas de ubicación [3,17]. Se va utilizar la FFT para representar el desplazamiento en el eje y en función de la frecuencia a la que se encuentra el eje, para ello utilizaremos el programa Matlab para aplicar la Transformada de Fourier.

## 2.2 JEFFCOTT ROTOR

Como se ha comentado anteriormente en 1919 Henry Jeffcott desarrolla su modelo de rotor. El modelo del rotor Jeffcott se ha estudiado ampliamente al ser un modelo simple aplicado directamente a problemas prácticos. Este tipo de rotor permite una excelente comprensión de los fenómenos que se presentan en los ejes rotatorios como por ejemplo la velocidad crítica. A continuación se describe detalladamente como es este modelo de rotor ya que es el utilizado para la obtención de los datos experimentales de este proyecto [7].

El rotor Jeffcott consiste en un modelo de rotor básico que consta de los siguientes elementos (figura 2.1):

- Un eje de sección uniforme, considerando su masa despreciable y fisurado en la mitad de la longitud del mismo.
- Un disco plano con masa no despreciable, situado en la mitad del eje.
- Dos cojinetes idénticos situados en los extremos del eje.
- Una masa que proporciona desequilibrio, esta se posiciona en el disco plano.

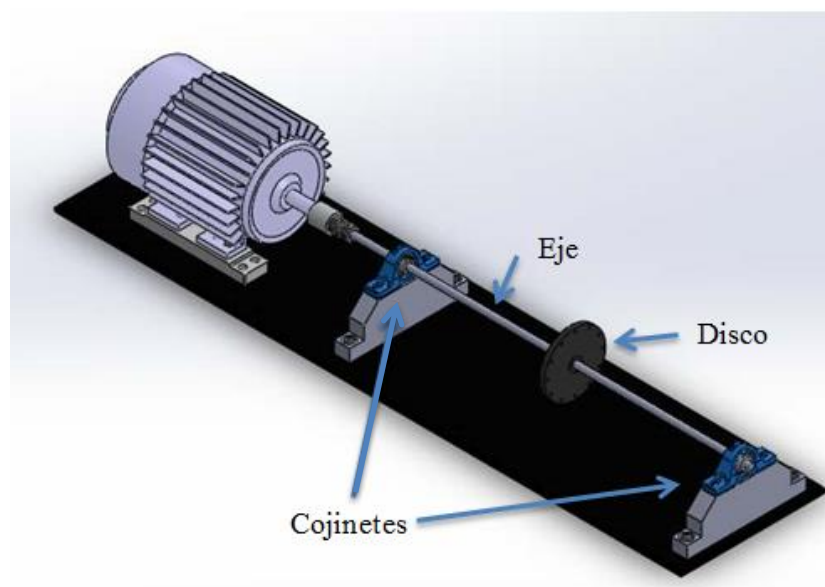


Figura 2.1- Esquema rotor Jeffcott [18].

En el modelo Jeffcott uno de los parámetros más importantes y difíciles de estimar es la llamada excentricidad ( $\epsilon$ ), definida como la distancia radial entre el centro geométrico de rotación y el centro de masa del disco. Las vibraciones que aparecen debido a las fuerzas

centrífugas se denominan desbalance y son producidas cuando el centro de gravedad de masas no coincide con el centro geométrico del disco (figura 2.2).

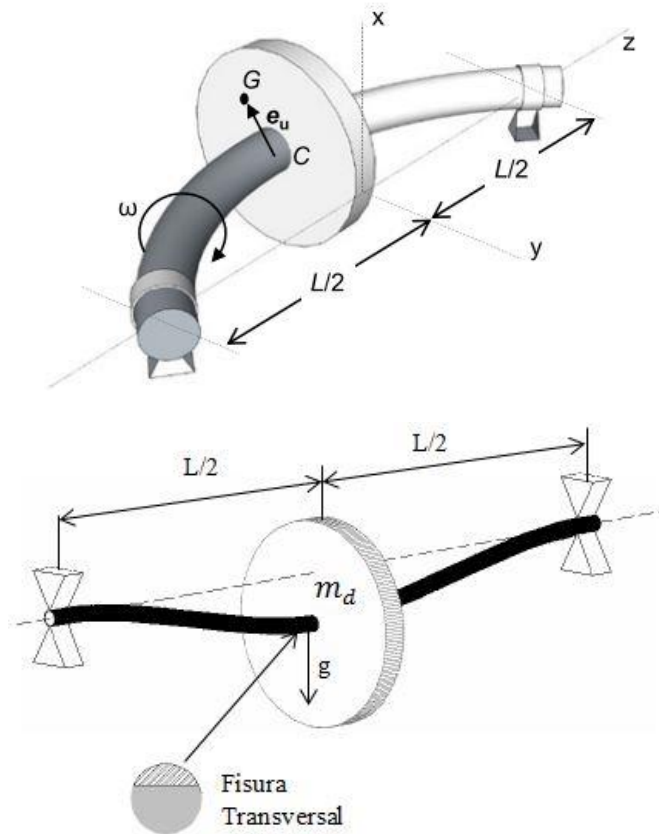


Figura 2.2- Esquemas básicos del rotor Jeffcott [4].

A continuación, vamos a definir el concepto de frecuencia natural y de velocidad crítica ya que posteriormente analizaremos los datos arrojados por el rotor Jeffcott en base a estos dos conceptos.

La frecuencia natural de un eje depende de varios factores así como la rigidez del eje y de la masa del disco que se encuentre en el rotor de Jeffcott. Luego cada rotor dispone de una frecuencia natural diferente, cada frecuencia tiene asociado un modo de vibración excitado por la velocidad del eje.

La resonancia en sistemas rotatorios se conoce como velocidad crítica ( $\omega_c$ ) y se define como la condición en que la velocidad de giro se iguala a la frecuencia natural ( $F_n$ ) del mismo. Las consecuencias del fenómeno son la generación de severas vibraciones mecánicas.



## 2.3 MECÁNICA DE LA FRACTURA

La rama de la mecánica de sólidos que estudia la estabilidad estructural de materiales, incluyendo la formación y propagación de grietas o defectos de materiales, se denomina mecánica de la fractura. La mecánica de la fractura permite mejorar el diseño de productos controlando la propagación de grietas aplicando teorías de elasticidad y plasticidad.

A la culminación del proceso de deformación plástica se denomina fractura. La fractura se produce con la separación o fragmentación de un cuerpo por la acción de un estado de cargas. Por lo general la fractura metálica puede clasificarse en dúctil y frágil. La fractura dúctil ocurre después una deformación plástica y se caracteriza por una propagación lento de la grieta. La fractura frágil se produce a lo largo de los denominados planos de fractura y se produce mediante una propagación rápida de la grieta. Debido a esta una fractura frágil es más peligrosa ya que no avisa de que se va a producir, mientras que una fractura dúctil presenta una previa deformación que nos indica una posible fractura [19], tal y como podemos observar en la figura 2.3.

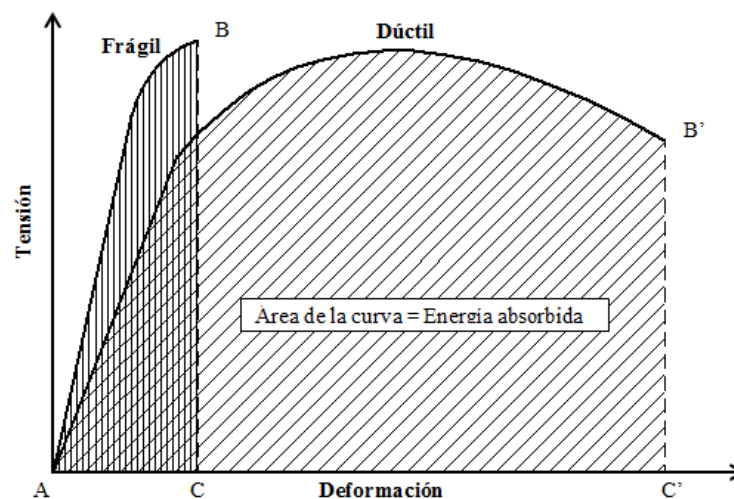


Figura 2.3- Diagrama tensión deformación material frágil y dúctil.

La fractura dúctil siempre está asociada a una reducción del área (estricción), esta reducción del área puede ser completa o forma una fractura tipo copa y cono (figura 2.4). Mientras que una fractura frágil presenta una superficie de fractura plana.

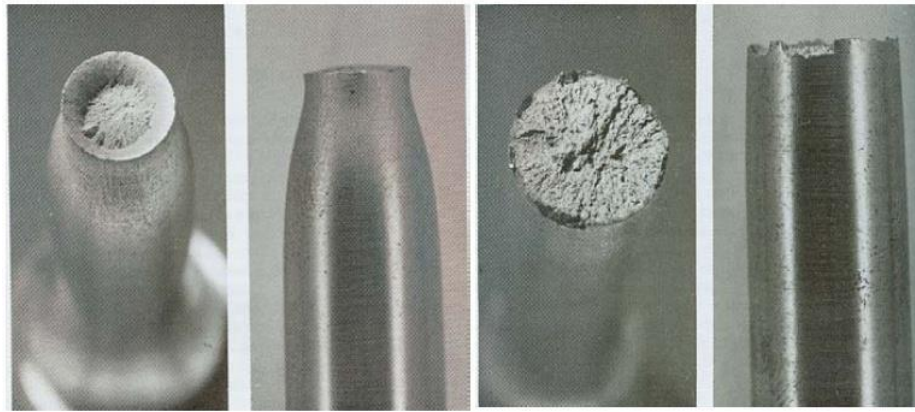


Figura 2.4- Fractura dúctil y fractura frágil [19].

La teoría de la mecánica de la fractura elástica lineal (MFEL) determina que el crecimiento de la grieta está relacionado con la magnitud de las tensiones y su distribución. En el uso de esta teoría se distinguen tres modos de desplazamiento de la grieta en función de las direcciones de aplicación de la carga con respecto al plano de la grieta.

- Modo I o apertura, donde las tensiones y deformaciones se producen en la dirección perpendicular al plano de la fisura o según la figura perpendicular al plano XZ.

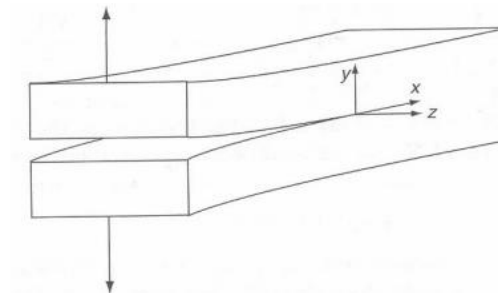


Figura 2.5- Modo I o apertura [19].

- Modo II, modo de deslizamiento, el desplazamiento se produce en el plano de la fisura. Las tensiones son antisimétricas respecto del eje X.

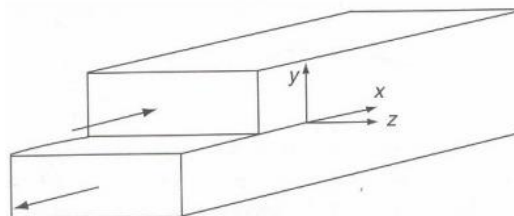


Figura 2.6- Modo II o de deslizamiento [19].

- Modo III, modo de rasgado. Los esfuerzos tangenciales se aplican al plano transversal de la fisura y en sentidos contrarios.

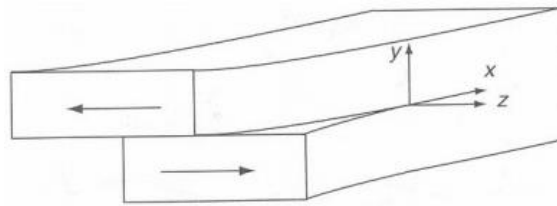


Figura 2.7- Modo III o de rasgado [19].

En el caso de los ejes fisurados la fractura se produce por el efecto de la fatiga. Esto es debido a que los ejes rotatorios están sometidos a un sistema de cargas cíclicas. Estas cargas aplicadas tienen valores muy por debajo de la resistencia del material. Estadísticamente existe un mayor número de fallos de elementos giratorios por fatiga que por alcanzar la resistencia del mismo. Para entender la fatiga debemos de conocer los siguientes conceptos:

- Límite a fatiga. Siempre que se aplique un ciclo de cargas con una amplitud de tensiones por debajo del límite de fatiga, el material no fallará.
- Vida a fatiga. Número de ciclos que causan un fallo por fatiga a una tensión determinada.
- Resistencia a la fatiga. La tensión que causan un fallo por fatiga dado un número de ciclos determinados.

El origen de la rotura por fatiga viene determinado por un concentrador de tensiones, en nuestro estudio sobre ejes será la fisura la que actuará como concentrador. En una fractura por fatiga existen 3 zonas diferenciadas (figura 2.8):

- Zona I, es la que supone mayor superficie y tiene un aspecto liso. El origen es la fisura (punto de concentración de tensiones), la cual se ha propagado lentamente de manera asimétrica. Además la propagación de la grieta se produce en la dirección opuesta a la rotación del eje.
- Zona II, la velocidad de propagación de la fisura aumenta y presenta un aspecto rugoso.
- Zona III, se produce la fractura final. Dependiendo del aspecto de la fractura indica el si el material es más frágil o más dúctil.

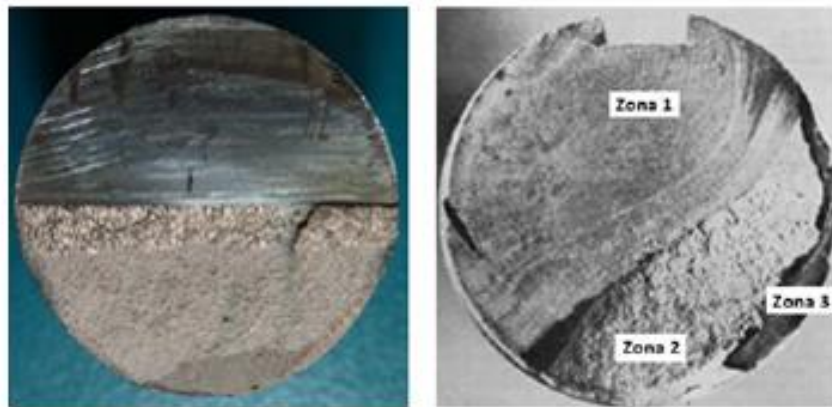


Figura 2.8- Zonas de rotura de un eje fisurado [20].

## 2.4 COMPORTAMIENTO DE EJES FISURADOS

Cuando se estudia el comportamiento de ejes fisurados existen dos maneras de considerar las fisuras dentro de un estudio: fisuras de frente plano y fisuras de frente elíptico (figura 2.9). Normalmente se utiliza las de frente plano ya que simplifican el análisis. En nuestro caso, las fisuras realizadas a los ejes para su análisis en el rotor de Jeffcott serán de frente plano.

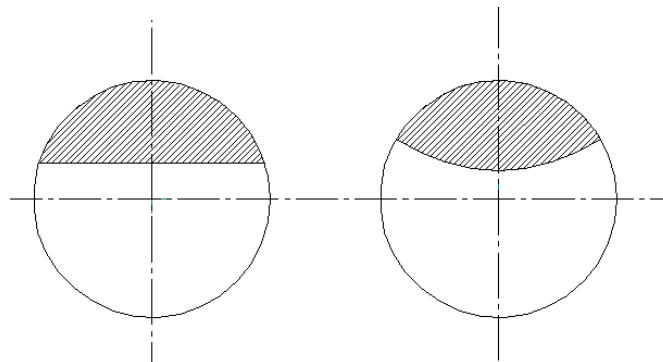


Figura 2.9- Tipos de frente de fisura.

A continuación, vamos a definir una serie de variables que definen la fisura de un eje:

- Definimos como longitud característica de la fisura  $\alpha=a/D$ , donde  $a$  es la profundidad de la fisura y  $D$  el diámetro del eje.
- Factor de forma de la fisura  $\beta$ , cuando la fisura es de frente recto toma valor  $\beta=0$  y cuando la fisura es de frente semicircular  $\beta=1$ .
- Posición relativa en el frente de fisura  $\gamma=w/h$ , donde  $w$  es la distancia entre el centro del eje y un punto cualquiera del frente de fisura y  $h$  es la distancia del centro del eje al punto del frente de fisura situado en el contorno exterior del eje.

En la figura 2.10 podemos observar como varía la forma de la fisura en función del factor de forma  $\beta$  y la profundidad de la fisura.

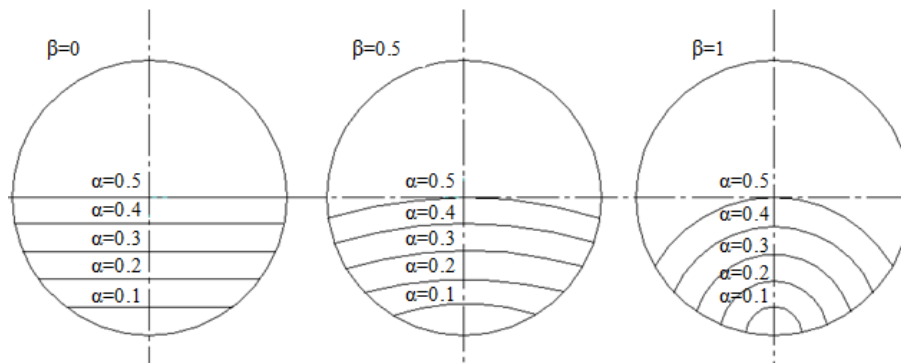


Figura 2.10- Factor de forma  $\beta=0$ ,  $\beta=0.5$ ,  $\beta=1$ .

La presencia de una grieta en un eje rotatorio presenta un efecto de apertura y cierre constante producido principalmente por el efecto de la gravedad. La posición de la grieta en el sistema de referencia cambia de manera periódica durante el giro del eje, es decir, la grieta se abre y se cierra continuamente cambiando la rigidez del eje. Este fenómeno es conocido como “*breathing*” de la fisura [16].

Por tanto el eje tendrá una mayor rigidez cuando la fisura este cerrada que cuando esté abierta, el eje tendrá una rigidez similar a un eje intacto cuando la fisura se encuentra cerrada hecho que ocurre cuando esta se encuentra en la parte superior del eje. Esta afirmación solo es totalmente válida cuando el eje está sometido a condiciones estáticas, una vez iniciada la rotación se tendrán en cuenta otros factores. Además, si la fisura permanece abierta el eje del rotor es asimétrico y se producen problemas de estabilidad.

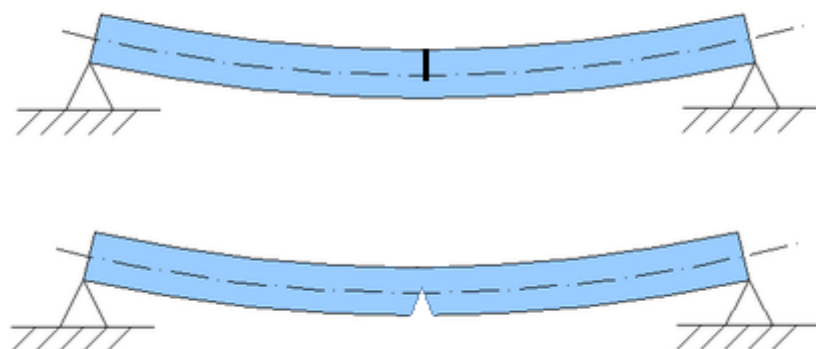


Figura 2.11- Apertura y cierre de la fisura en función de la gravedad y su posición.

Consideramos a la gravedad como principal responsable de este fenómeno de apertura y cierre de las grietas. Existen distintos modelos que definen mediante expresiones periódicas en función de la posición angular  $g(\theta)$  si la grieta está abierta o cerrada [21,22].

# CAPÍTULO 3

## ESTUDIO EXPERIMENTAL

### 3.1 CARACTERÍSTICAS DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

A continuación, vamos a describir el banco de ensayos utilizado en este proyecto. Con el objetivo de estudiar el comportamiento dinámico de los ejes fisurados, este dispositivo toma medidas de las órbitas descritas por la sección central del eje. Estas medidas se toman gracias a la colocación de dos sensores de proximidad láser.

El banco de ensayos que aparece en la figura 3.1 está basado en el modelo de rotor Jeffcott [7], descrito en el apartado 2.2. El eje se encuentra apoyado en sus extremos y está sometida a la carga del disco.



Figura 3.1- Banco de ensayos [20].

Los ejes analizados tienen una longitud de  $L=900$  mm y diámetro de  $D=20$  mm. Son de aluminio con un Módulo de Young de  $E=75$  GPa, densidad  $\rho=2700\text{kg/m}^3$  y coeficiente de Poisson  $\nu=0.33$ . En la mitad del eje se realiza una entalla cuyo tamaño depende del ensayo. En este proyecto nos centramos en el estudio de fisuras de 9 y 10 mm, es decir,  $\alpha=0.45$  y  $\alpha=0.5$  que determinan el porcentaje de eje fisurado 45 y 50%.

El disco colocado en la posición central del eje tiene un diámetro 200mm, un espesor de 21mm y una masa de 5 kg. El disco es de acero con un Módulo de Young de  $E=210$  GPa, densidad  $\rho=7850\text{Kg/m}^3$  y coeficiente de Poisson  $\nu=0.3$ .

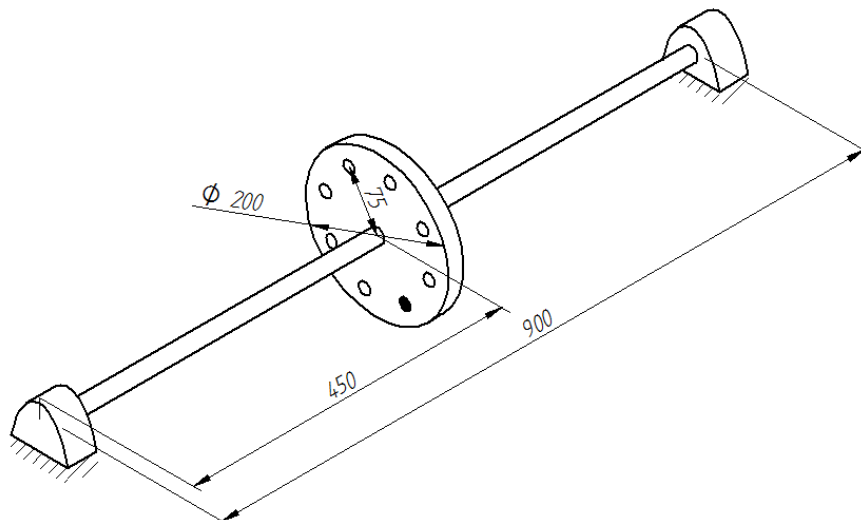


Figura 3.2- Dimensiones del eje (todas las unidades en mm).

La excentricidad tiene una masa  $m_e = 0.2 \text{ Kg}$ , situada a una distancia del centro del disco de  $\varepsilon = 75 \text{ mm}$ . Esta masa es la que provoca las vibraciones en el eje y permite la propagación de la fisura. En la siguiente figura podemos ver las distintas posiciones de excentricidad que vamos a estudiar  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ , donde la masa excéntrica se representa en negro (figura3.3).

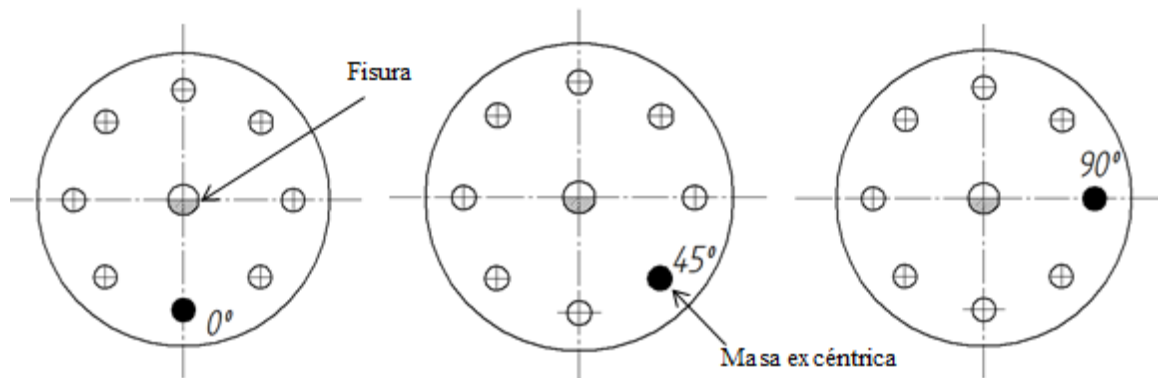


Figura 3.3- Posición de la excentricidad en el disco.

Como se ha comentado anteriormente para tomar las medidas de desplazamiento del eje, disponemos de dos sensores de proximidad láser. Estos sensores arrojan dos medidas fundamentales, desplazamiento vertical y desplazamiento horizontal. Con estos desplazamientos podremos dibujar las órbitas que genera el eje. La disposición de los sensores láser se puede observar en la siguiente figura.



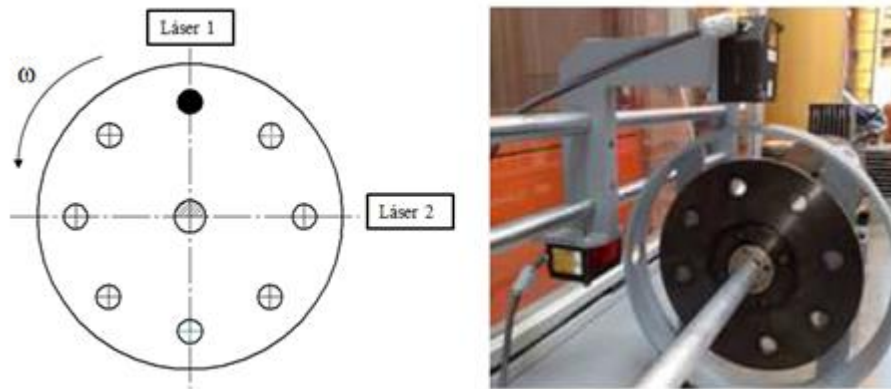


Figura 3.4- Disposición de los sensores láser [20].

### 3.2 FRECUENCIA NATURAL DE UN EJE INTACTO

En el apartado 2.2 se define el concepto de frecuencia natural y velocidad crítica, en este apartado se realiza un cálculo aproximado de la frecuencia natural de un eje intacto. Este cálculo nos proporciona un rango de valores para poder comparar los resultados obtenidos posteriormente en el banco de ensayos.

Si bien el modelo de rotor Jeffcott se define como un eje que está biapoyado en sus extremos, en nuestro banco de ensayos no conocemos exactamente las condiciones de los apoyos, es decir, no podemos asegurar que se encuentre totalmente biapoyado o biempotrado. En base a los resultados obtenidos experimentalmente, se piensa que es una mezcla de ambos tipo de apoyo, por lo que realizaremos un cálculo de frecuencia natural y velocidad crítica de un eje intacto considerando las dos posibilidades. El objetivo de este cálculo, es poder quedarnos con la condición que más se aproxime a nuestro problema real y poder en un futuro utilizar esta condición para realizar futuras simulaciones numéricas, y comparar así resultados numéricos y experimentales.

Estos cálculos se realizan considerando el eje intacto. Para un eje fisurado los valores de frecuencia crítica y velocidad crítica serán algo menores y dependerán del tamaño de la fisura. Estos se obtendrán de forma aproximada experimentalmente.

La frecuencia natural ( $F_n$ ) se define:

$$F_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$



Donde  $K$  es la constante de rigidez del eje y  $m$  la masa total que soporta el sistema.

$$K = \frac{F}{\delta_{max}}$$

El cálculo de la constante de rigidez es el cociente entre la Fuerza  $F$  que soporta el eje y la flecha máxima  $\delta_{max}$  y esta depende del tipo de apoyo.

La velocidad crítica ( $\omega_c$ ) se define:

$$\omega_c = 2\pi \cdot F_n \text{ [rad/s]}$$

$$\omega_c = 2\pi \cdot F_n \cdot 60 \text{ [rpm]}$$

En la tabla 3.1 y 3.2 se muestran los valores obtenidos de la flecha máxima ( $\delta_{max}$ ), constante de rigidez ( $K$ ), frecuencia natural ( $F_n$ ) y velocidad crítica ( $\omega_c$ ) para los casos de un eje biapoyado y biempotrado.

Tabla 3.1- Frecuencia natural y velocidad crítica de un eje, sistema biapoyado.

Flecha máxima [m] $\delta_{max}$	$1.51 \cdot 10^{-3}$
Constante de rigidez [N/m] $K$	38805.23
Frecuencia natural [Hz] $F_n$	12.85
Velocidad crítica [rad/s] $\omega_c$	80.71
<b>Velocidad crítica [rpm] <math>\omega_c</math></b>	<b>770.73</b>

Tabla 3.2- Frecuencia natural y velocidad crítica de un eje, sistema biempotrado.

Flecha máxima [m] $\delta_{max}$	$3.37 \cdot 10^{-4}$
Constante de rigidez [N/m] $K$	173591.56
Frecuencia natural [Hz] $F_n$	27.17
Velocidad crítica [rad/s] $\omega_c$	170.70
<b>Velocidad crítica [rpm] <math>\omega_c</math></b>	<b>1630.13</b>

Como se puede ver en la tabla 3.2, la velocidad crítica para un eje biempotrado es mayor que para un eje biapoyado, dado que la flecha que soporta el eje biempotrado es menor.

Para determinar el tipo de condiciones de contorno que tenemos en nuestro banco de ensayo, nos hemos basados en estudios de las órbitas generadas por el eje. Sabemos que en ciertos rangos de velocidades próximas a  $1/2 \omega_c$  y  $1/3 \omega_c$  se producen ciertos cambios en las órbitas que llamaremos “lazos”. En la figura 3.5 podemos observar un ejemplo de esos lazos, si representamos el desplazamiento vertical frente al horizontal en cierto rango de velocidades, en este caso para un eje con tamaño de fisura  $\alpha=0.45$ .

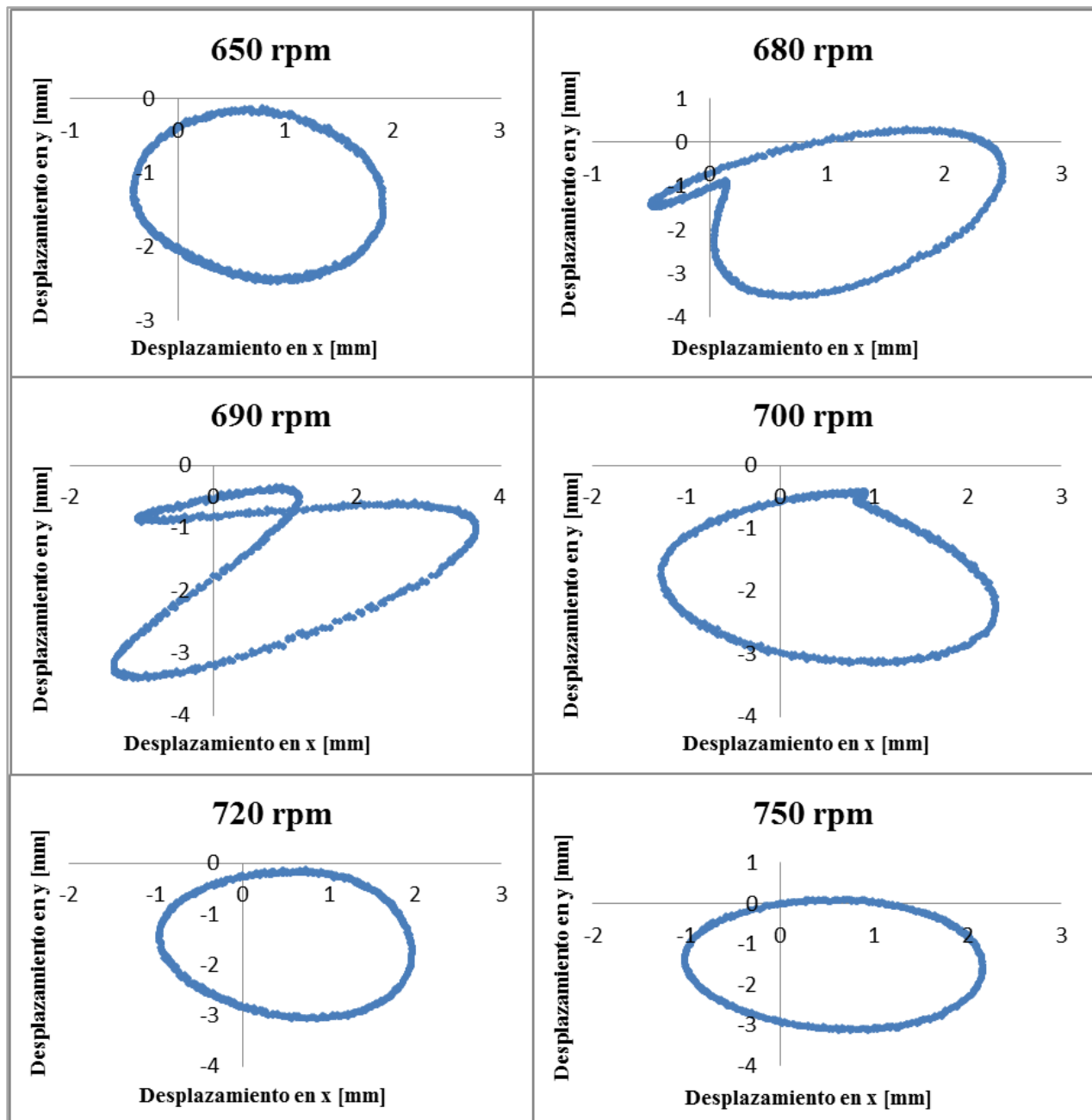


Figura 3.5- Representación de los lazos de las órbitas de un eje.

Según los datos arrojados por el banco de ensayos estas deformaciones o lazos en las órbitas se producen en torno a 650-750 rpm, que sería la mitad de la velocidad crítica. Para un sistema biapoyado  $1/2 \omega_c = 385.37$  rpm y para un sistema biempotrado  $1/2 \omega_c = 815.07$  rpm. Como ya se ha explicado anteriormente, la velocidad crítica de un eje fisurado será algo menor a la calculada teóricamente para un eje intacto, con lo que a la vista de los resultados, podemos suponer que estamos más cerca de las condiciones de eje biempotrado y por tanto, tomaremos esta simplificación para el presente proyecto.

### 3.3 TIPOS DE ENSAYOS

En este proyecto se estudian ensayos realizados con ejes fisurados de  $\alpha=0,45$  y  $\alpha=0,50$ , es decir, ejes cuyo tamaño de fisura son 9 y 10 mm respectivamente. El ensayo de los ejes hasta rotura por fatiga nos arroja una serie de datos que posteriormente se analizarán con el objetivo de encontrar una relación, que nos permita identificar el momento en el que un eje fisurado pasa de tener un fisura de  $\alpha=0,45$  a  $\alpha=0,50$ . Para realizar los ensayos se toman medidas de los desplazamientos que va sufriendo el eje hasta su rotura, cuando esta se produce contamos con una cantidad de medidas de los diferentes días y diferentes medidas tomadas. Por motivos de seguridad estructural del banco de ensayos y para no dañar la superficie de fisura, los ensayos se paran antes de que el eje llegue a la rotura total.

En primer lugar, para comparar los desplazamientos verticales de los distintos ejes a analizar se recurre a la aplicación de la Transformada de Fourier (FFT). Se representa los desplazamientos verticales en y en función de la frecuencia a la que se producen, como podemos ver en la figura 3.6 y 3.7. De esta manera podemos observar a qué frecuencia se producen los mayores picos de desplazamiento.

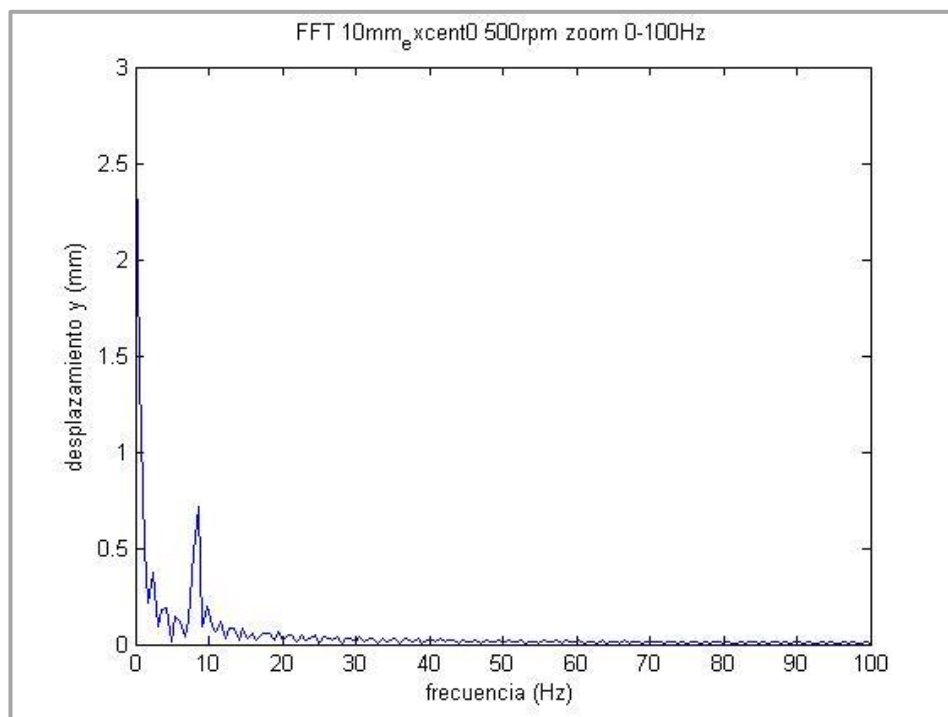


Figura 3.6- FFT para velocidad de giro 500 rpm.

Como podemos observar en la figura 3.6, existe un pico de desplazamiento que coincide con la frecuencia o velocidad de giro del eje.

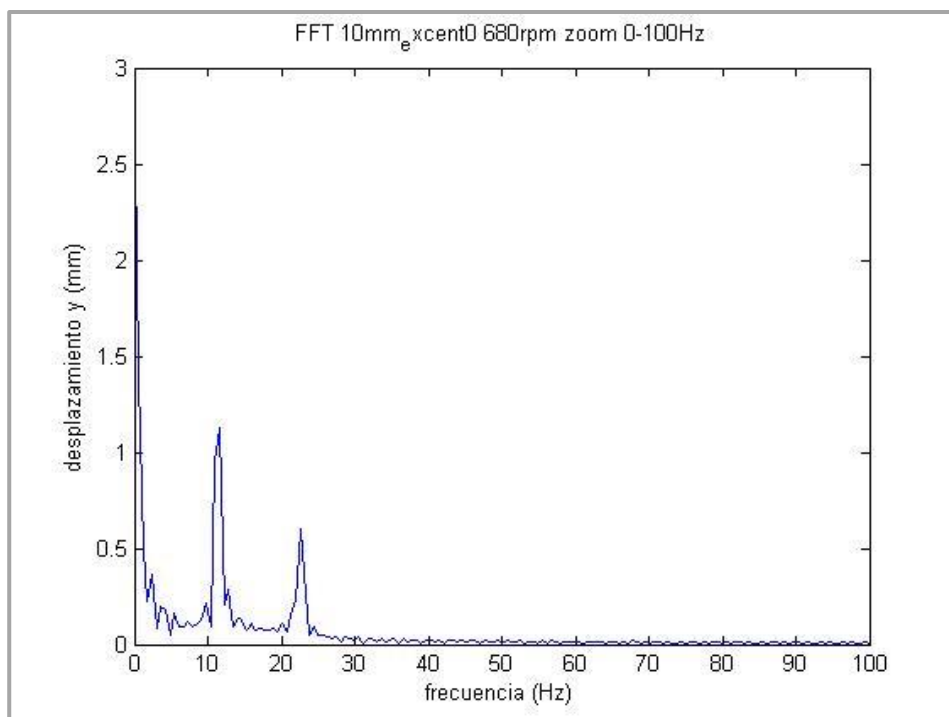


Figura 3.7 - FFT para velocidad de giro 680 rpm.

Cuando la velocidad de giro se aproxima a la mitad de la velocidad crítica aparecen varios picos de desplazamiento. En zonas alejadas de la mitad de la velocidad crítica el pico que aparecerá será correspondiente a la velocidad de giro, y en zonas cercanas a la mitad de la velocidad crítica, aparecen dos picos como vemos en la figura 3.7.

Con estos resultados lo que se pretende es observar si existe alguna relación entre la magnitud de los picos con la frecuencia en la aparecen y el tamaño de fisura que tiene el eje, así como la propagación de la misma. Esta será la metodología utilizada para el análisis de los datos y sus posteriores resultados.

Además, de los ensayos de ejes con excentricidad  $\theta=0^\circ$  se realizan otros ensayos en los que se cuentan con ejes fisurados con  $\alpha=0.50$  y distintas posiciones de excentricidad  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=90^\circ$ , con el objetivo de estudiar que ocurre cuando modificamos la masa excéntrica de posición.

Por otro lado, se utiliza la FFT (Fast Fourier Transform) para relacionar la evolución de las órbitas con los picos de desplazamientos que sufre el eje.

Todos los análisis de los datos obtenidos experimentalmente se han realizado la ayuda de Excel y Matlab.

# CAPÍTULO 4

## RESULTADOS

A continuación, se exponen los resultados que se han obtenido del análisis de los ensayos descritos en el apartado anterior. Se estudian los desplazamientos que sufren los ejes ensayados, para ello comparamos la evolución de los picos de desplazamientos observados en la Transformada de Fourier.

Además del estudio de desplazamientos se realizan un análisis de la evolución de las órbitas, comparando esta evolución con las gráficas obtenidas con la FFT. Con el objetivo de obtener una coincidencia entre el cambio de forma de las órbitas y los picos de desplazamiento. Sabemos que la forma de las órbitas varía en torno a un rango de velocidades, por lo tanto los picos de velocidades observados en Fourier deben tener un patrón en dicho rango.

Para evitar hacer excesivamente extensa la memoria de este proyecto, se exponen los resultados obtenidos que son más representativos.

### ***4.1 TRANSFORMADA DE FOURIER (FFT) EN EJES CON DISTINTA PROFUNDIDAD DE FISURA***

Como se ha comentado anteriormente cada ensayo arroja una gran cantidad de datos a lo largo de tiempo. Se toma varias tomas de medidas para un mismo eje y una misma fecha, se nombran los datos obtenidos por su fecha, el número de muestra (t1, t2, t3...), la excentricidad y el tamaño de la fisura. La siguiente tabla muestra un ejemplo de como se han nombrado los diferentes ensayos.

Tabla 4.1- Nomenclatura de los ensayos.

9mm excent0 17-9-2012	1ª Muestra
9mm excent0 17-9-2012 t1	2ª Muestra
9mm excent0 17-9-2012 t2	3ª Muestra
9mm excent0 17-9-2012 t3	4ª Muestra

En primer lugar, es necesario exportar los datos obtenidos por el banco de ensayos, esto se realiza haciendo barridos de velocidades en Excel. Donde se colocan para las distintas medidas de velocidades los desplazamientos verticales y horizontales que sufre el eje.

Para realizar la Transformada de Fourier se ha recurrido a Matlab, realizando gráficas que representan el desplazamiento vertical en función de la frecuencia a la que se realiza. Para cada una de las velocidades tomadas se tiene que realizar la FFT, a partir de los barridos de velocidades de Excel.

#### 4.1.1 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.45$ Y $\theta=0^\circ$

En este apartado se exponen los resultados para un eje de  $\alpha=0.45$  (fisura de 9mm) y una excentricidad de  $0^\circ$ . Debido al gran volumen de datos y por no alargar el documento se realiza una muestra de los FFT obtenidas a lo largo de los días.

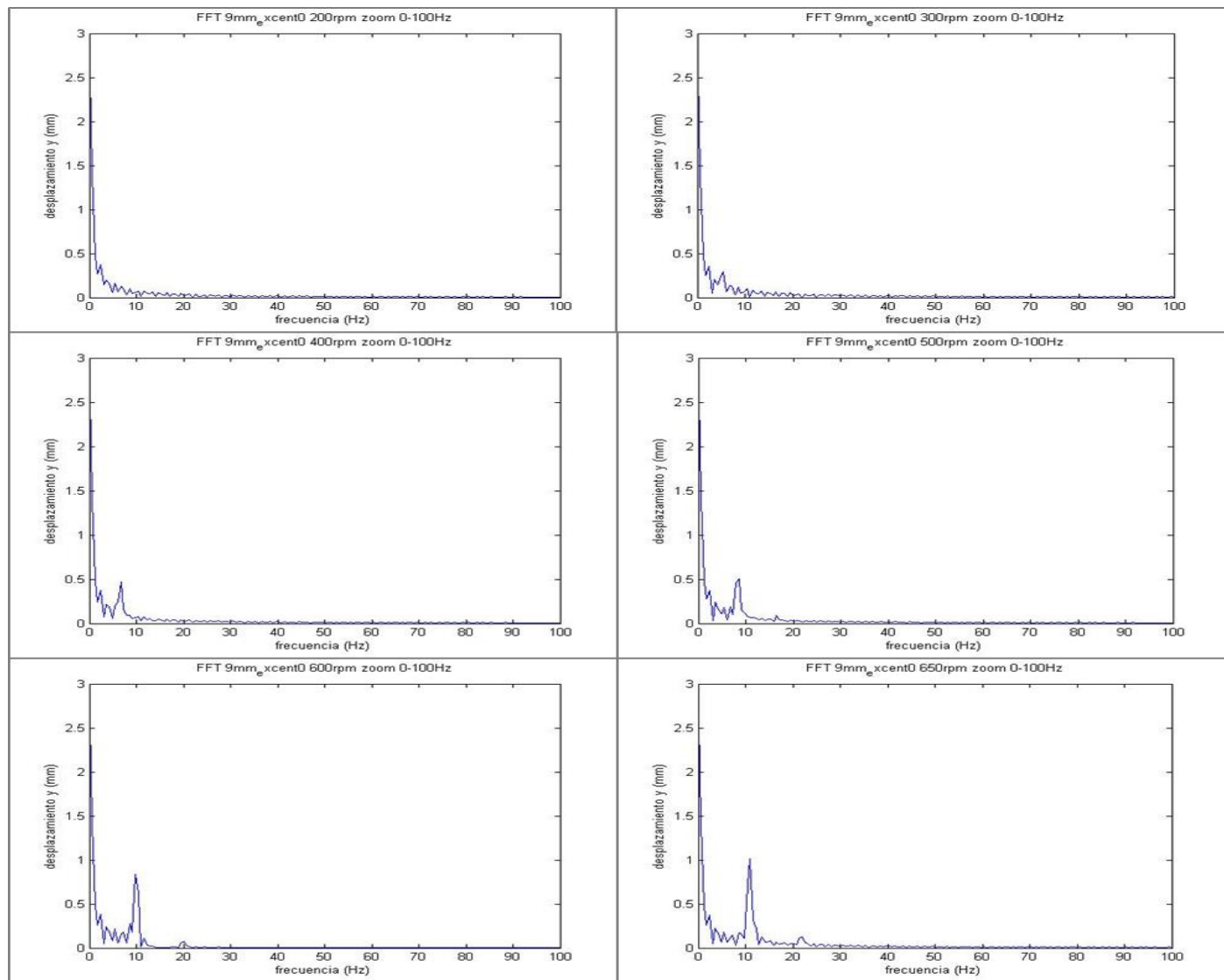


Figura 4.1- FFT para 9mm excent0 17-9-2012 de 200 a 650 rpm.

Como podemos observar en la figura 4.1, vemos la evolución del desplazamiento en y (vertical) en función de la frecuencia. Entre las velocidades de 200 a 600 rpm se empieza a desarrollar un primer pico de desplazamiento, este pico coincide aproximadamente con la frecuencia a la que se está girando el eje. Como se puede ver claramente en la gráfica de 600 rpm tenemos un pico aproximadamente en 10 Hz, si calculamos la frecuencia del eje a partir de su velocidad 600 rpm también obtenemos dicha frecuencia. Podemos afirmar que el primer pico de desplazamiento coincide con la frecuencia a la que se está girando el eje. Además, podemos observar como a partir de 600 rpm se empieza a desarrollar un segundo pico de desplazamientos.

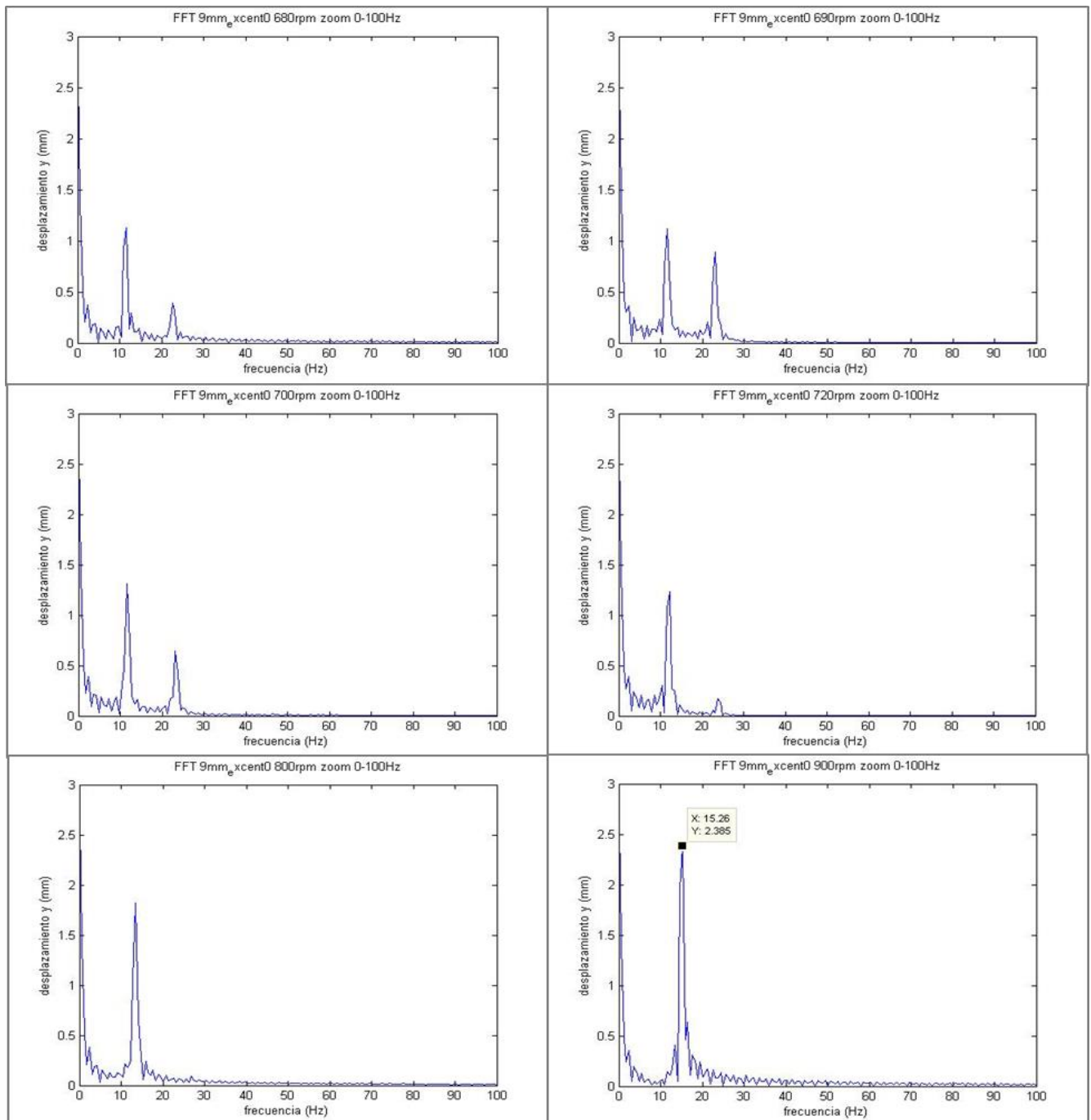


Figura 4.2- FFT para 9mm\_xcent0 17-9-2012 de 680 a 900 rpm.

En la figura 4.2 podemos ver como evoluciona el segundo pico de desplazamientos, este pico se desarrolla aproximadamente al doble de la frecuencia que el primero de los picos. A partir de cierta velocidad el segundo pico disminuye hasta que desaparece, mientras que el primero aumenta hasta llegar al desplazamiento máximo que permite el banco de ensayos.

Para las demás muestras obtenidas para el 17-9-2012, las gráficas de la FFT son similares. Lo que podemos apreciar según se van tomando medidas es que los desplazamientos cada vez son mayores. Este hecho, probablemente se deba a la propagación del tamaño de la fisura del eje (figura 4.3).

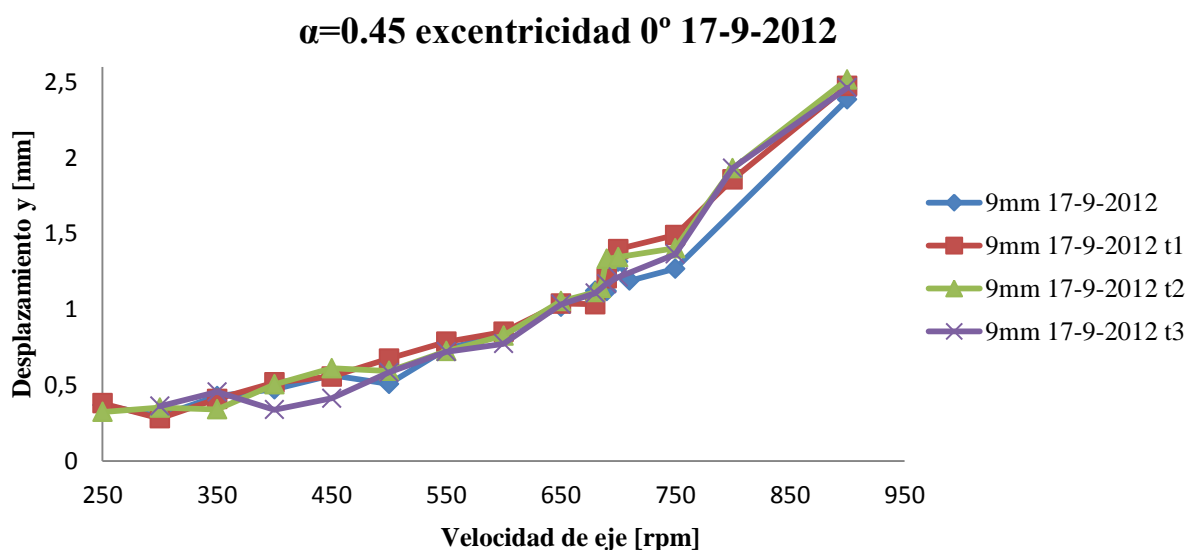


Figura 4.3- Evolución del desplazamiento vertical del eje.

Podemos observar que se produce un salto entre 670 rpm y 700 rpm, es ahí donde surgen los segundos picos de desplazamientos de la FFT. Y por tanto, es la zona donde se piensa que se encuentra la mitad de la velocidad crítica. En la figura 4.4 se aprecia con mayor detalle este salto de desplazamiento en y.

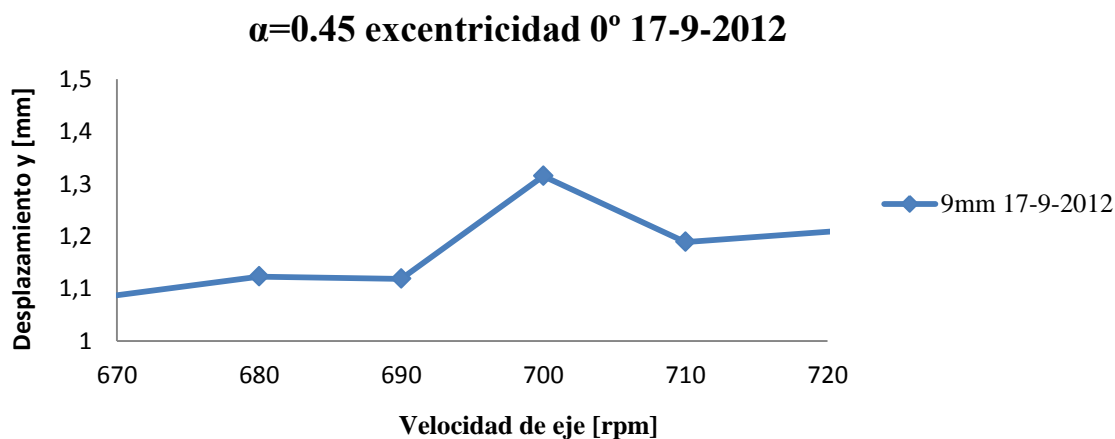


Figura 4.4- Detalle del salto de desplazamiento vertical.



Analizando los datos según avanzan los días no observamos ningún cambio significativo, donde se han analizado 18-9-2012 (cinco muestras), 19-9-2012 (cinco muestras) y 20-9-2012 (seis muestras). Es en los datos recogidos el 21-9-2012 (siete muestras) donde observamos un cambio en los picos que aparecen en la FFT.

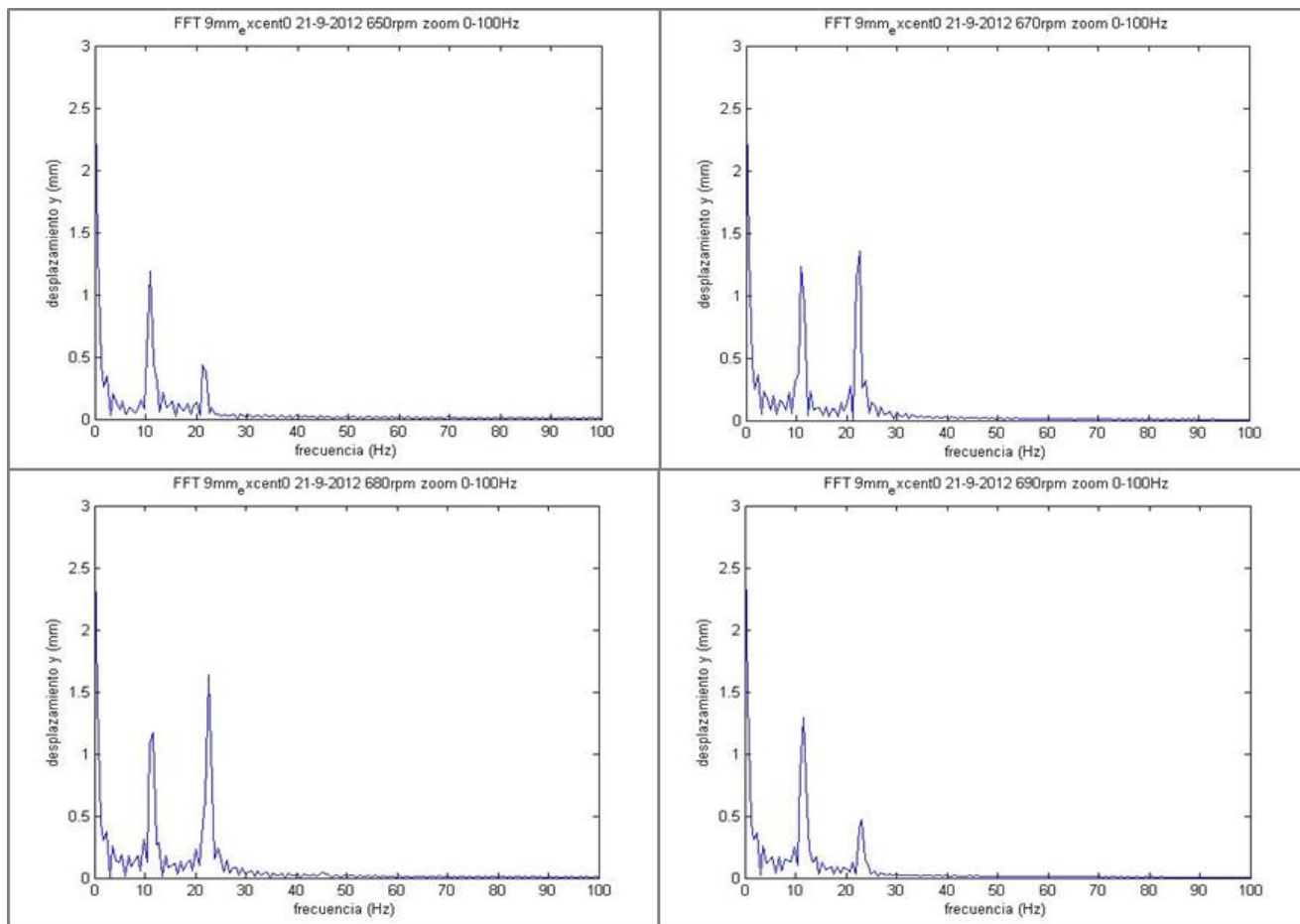


Figura 4.5- FFT para 9mm excent0 21-9-2012 de 660 a 690 rpm.

La diferencia principal que se puede observar en el día 21-9-2012, es que el segundo pico que aparece a velocidades de giro de 670 rpm en adelante, es mayor que el primer pico, como se puede apreciar en la figura 4.5 y en la tabla 4.2.

Tabla 4.2- Desplazamiento vertical del primer y segundo pico, 9mm excent0 21-9-2012.

Velocidad [rpm]	Frecuencia [Hz]	Primer pico		Segundo pico	
		Eje y [mm]	Eje x [Hz]	Eje y [mm]	Eje x [Hz]
600	10	0.9718	9.766	0.1635	20.14
650	10.83	1.191	10.99	0.4317	21.36
670	11.17	1.228	10.99	<b>1.355</b>	<b>22.58</b>
680	11.33	1.17	11.6	<b>1.635</b>	<b>22.58</b>
700	11.67	1.489	11.6	0.4072	23.19
720	12	1.413	12.21	0.2326	23.8

Por último realizamos la FFT a la medida tomada el 24-9-2012, esta es la última medida obtenida antes de la rotura total del eje. En esta serie de datos podemos observar que existe un tercer pico de desplazamientos a las velocidades de giro 400-450 rpm como podemos observar en la figura 4.6.

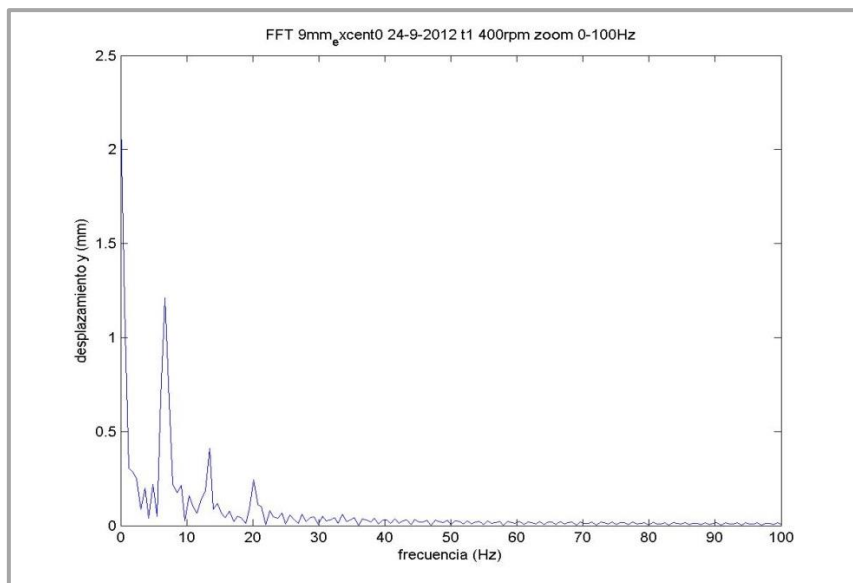


Figura 4.6- FFT para 9mm excent0 24-9-2012 t1 de 400 rpm.

Como se ha comentado anteriormente, los picos de velocidades se producen a  $\omega_c$ ,  $1/2\omega_c$  y en este caso además podemos suponer un desplazamiento a  $1/3\omega_c$ . Esto ocurre cuando el eje está cerca de la rotura, donde la fisura tiene mayor tamaño y la velocidad crítica que sufre el eje es menor.

Según se avanza en los días los picos de desplazamiento aparecen a velocidades más pequeñas, esto se debe a que la velocidad crítica del eje disminuye conforme va aumentando el tamaño de la fisura.

### Evolución del primer pico $\alpha=0.45$

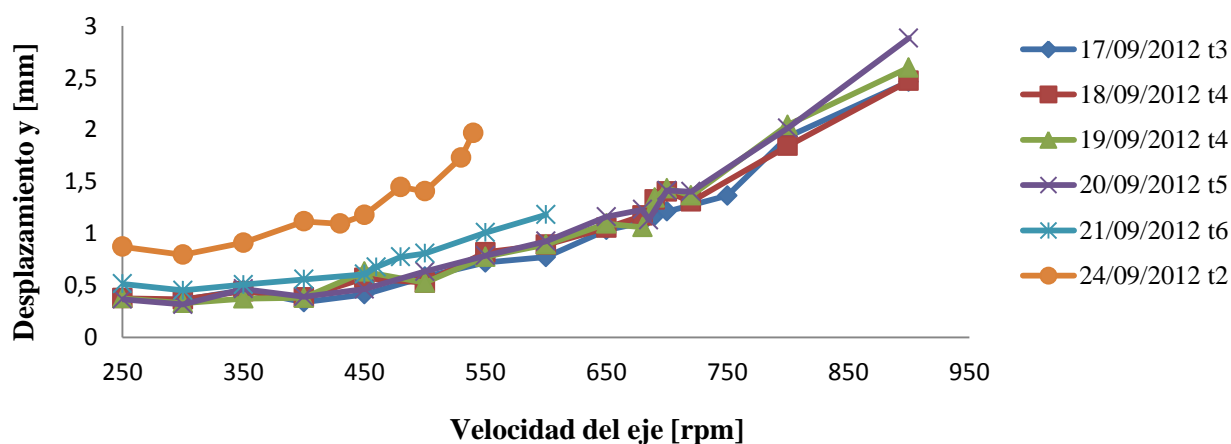


Figura 4.7- Desplazamiento en y del primer pico hasta rotura para  $\alpha=0.45$ .

En la figura 4.7 se puede observar lo comentado anteriormente, los desplazamientos son cada vez mayores y estos aparecen hasta a velocidades menores. Debido a los desplazamientos tan grandes producidos a velocidades tan pequeñas, por motivos de seguridad la máquina se detiene y no podemos obtener más datos del eje antes de la rotura.

#### 4.1.2 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.5$ Y $\theta=0^\circ$

A continuación, se ha realizado el análisis de un eje fisurado de  $\alpha=0.5$  y excentricidad  $\theta=0^\circ$  de la misma manera que en el apartado anterior. De igual forma debido al gran número de muestras obtenidas se expondrán solamente los resultados más representativos.

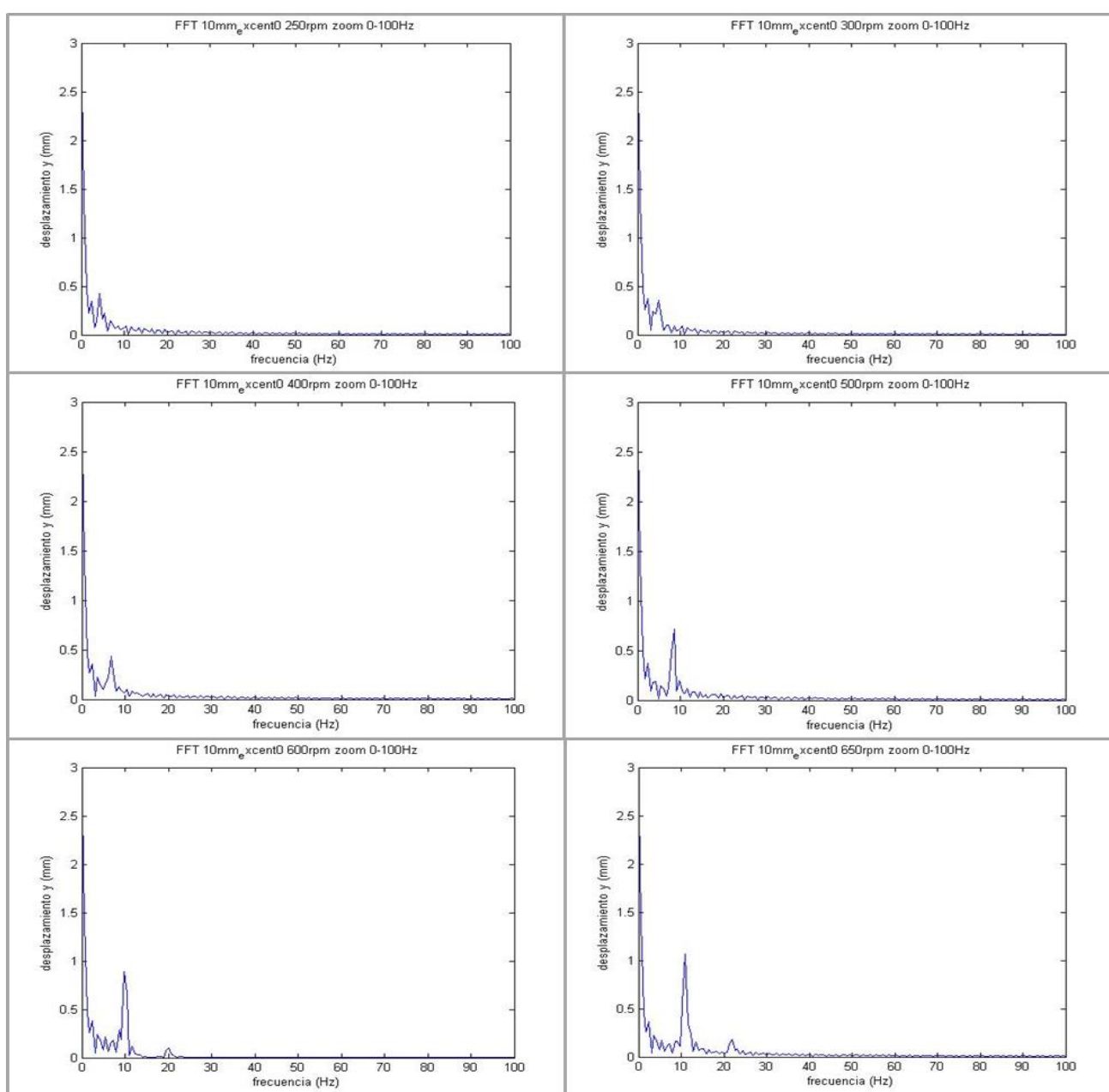


Figura 4.8- FFT para 10mm excent0 11-4-2012 de 200 a 650 rpm

Como podemos observar en la figura 4.8, existe un pico de desplazamiento coincidiendo con la velocidad de giro del eje, de igual manera que ocurrió para el eje  $\alpha=0.45$  anteriormente analizado. Además, a partir de 600 rpm de velocidad de giro podemos observar un segundo pico de desplazamiento vertical, que podemos deducir que coincide con la velocidad crítica del eje  $\omega_c$ .

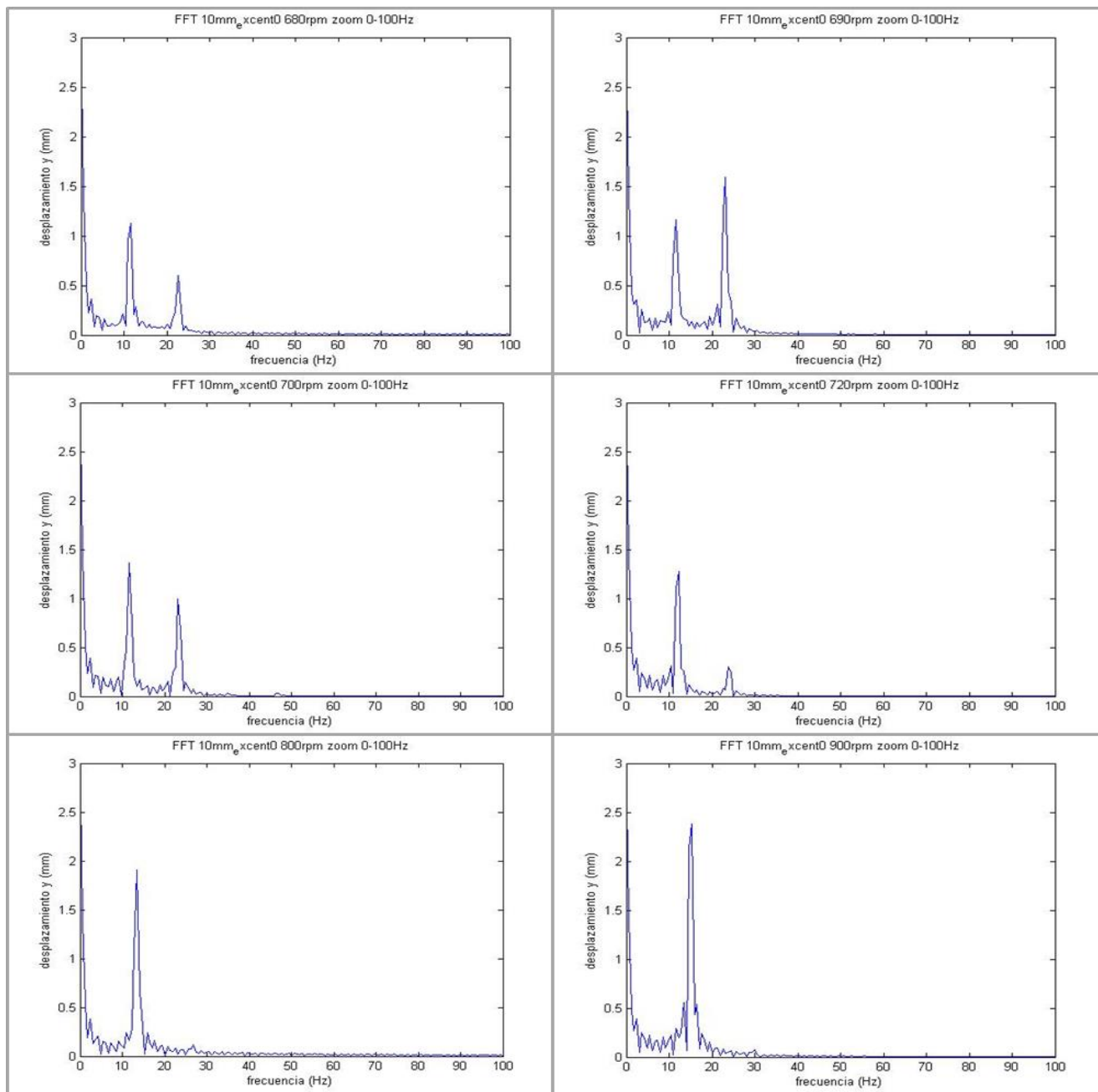


Figura 4.9- FFT para 10mm\_xcent0 11-4-2012 de 680 a 690 rpm.

A partir de 650 rpm el segundo pico de desplazamiento vertical aumenta y para 690 rpm el segundo pico es mayor que el primero (figura4.9). Esto ocurre para un eje con  $\alpha=0.5$  y excentricidad  $\theta=0^\circ$  en todas las muestras analizadas los días 11-4-2012 (3 muestras), 12-4-2012 (3 muestras) y 13-4-2012 (5 muestras).

En las siguientes muestras analizadas 16-4-2012 (3 muestras), 17-4-2012 (5 muestras), 20-4-2012 (3 muestras) el segundo pico deja de ser mayor que el primero, en la figura 4.10 podemos observar la evolución que sufre el segundo pico de desplazamientos.

## Evolución del segundo pico para $\alpha=0,5$

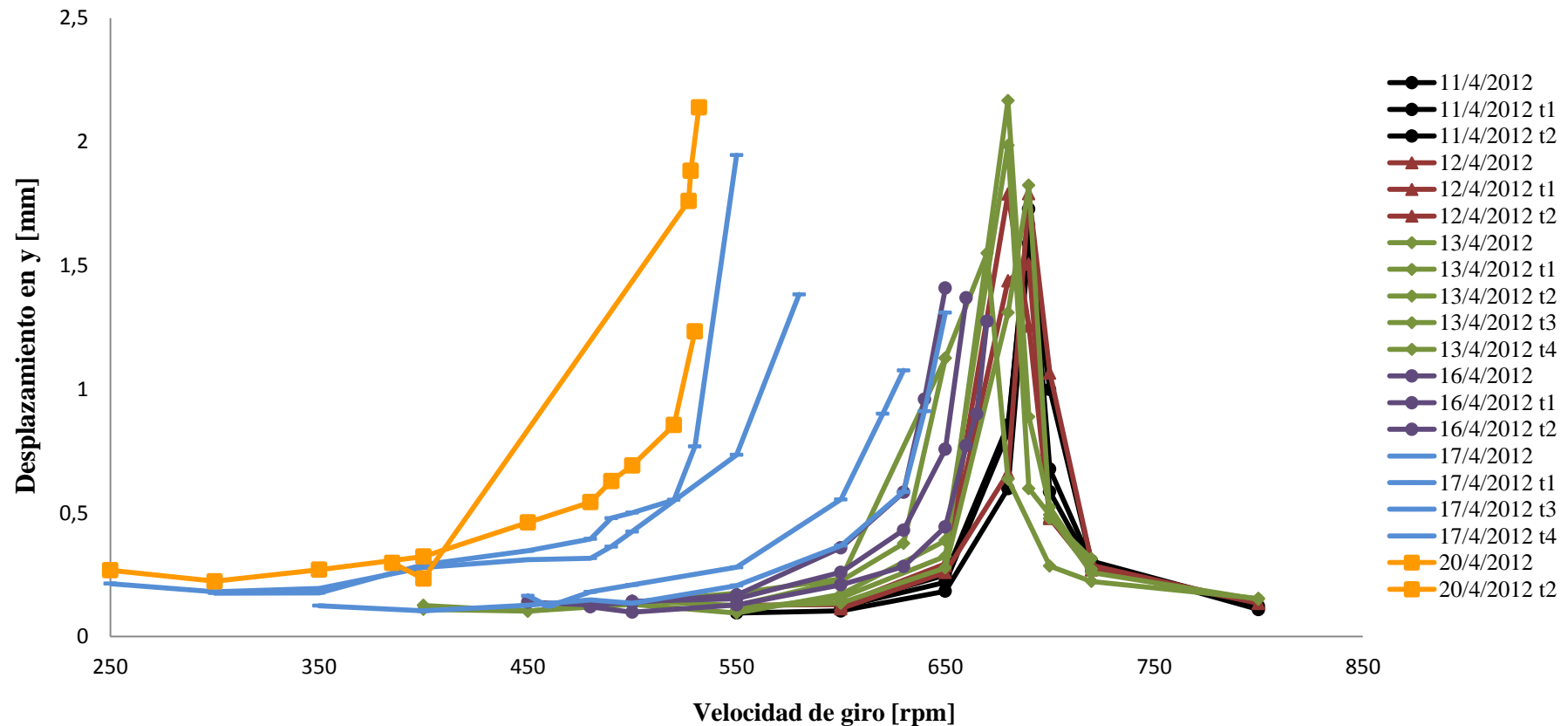


Figura 4.10- Desplazamiento en y del segundo pico hasta rotura para  $\alpha=0.50$ .

Por motivos de seguridad y dado que los desplazamientos son elevados, podemos observar como los segundos picos de desplazamientos cada vez aparecen a velocidades de giro menores.

Del mismo modo que ocurría para el caso anteriormente analizado la última medida tomada antes de la rotura aparece un tercer pico de desplazamientos, tal y como muestra la figura 4.11.

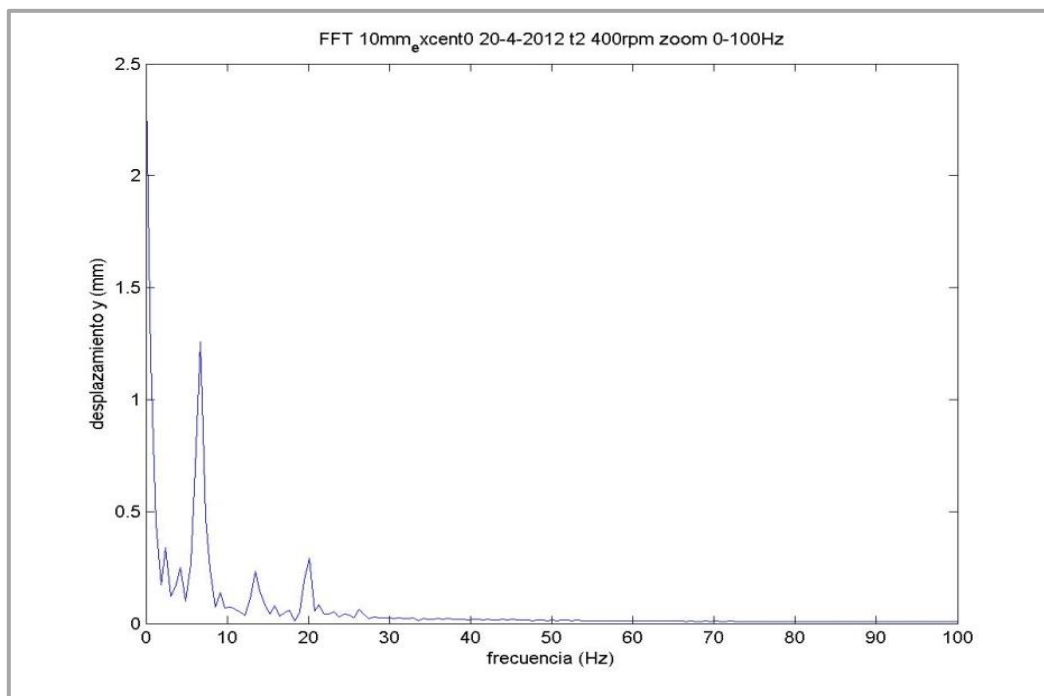


Figura 4.11- FFT para 10mm excent0 20-4-2012 t2 de 400rpm.

Como ocurrió para el análisis de un eje con  $\alpha=0.45$  los desplazamientos verticales se producen a velocidades de giro menores, esto se debe al aumento del tamaño de fisura, lo cual provoca una reducción de la velocidad crítica del eje (figura 4.10).

## Evolución 1º pico $\alpha=0,5$

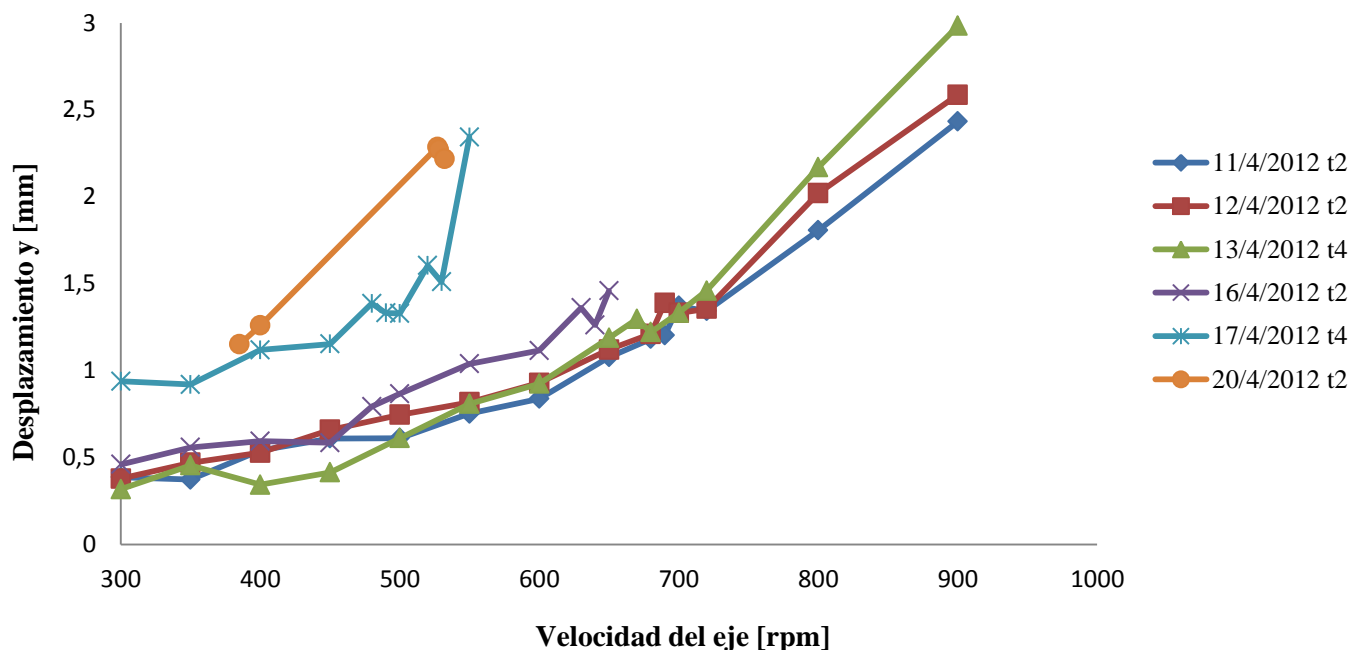


Figura 4.12- Desplazamiento en y del 1º pico hasta rotura para  $\alpha=0.50$ .

### 4.1.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En primer lugar, podemos observar la aparición de un primer pico de desplazamientos verticales para  $\alpha=0.45$  y  $\alpha=0.5$  correspondiente a la velocidad de giro del eje. Además de la aparición de un segundo pico en el doble de la velocidad de giro, pudiendo corresponder a la velocidad crítica del eje. Con lo que podemos deducir que el primer pico de desplazamientos se produce  $1/2\omega_c$  y el segundo pico a la  $\omega_c$  del eje en ese momento.

Además, de los dos picos de desplazamientos anteriormente mencionados antes de la rotura del eje se produce un tercer pico, a una velocidad el triple de la velocidad de giro. En estos casos es de suponer que el primer pico se produce  $1/3\omega_c$ , el segundo pico a la  $1/2\omega_c$  y por último el tercer pico a la  $\omega_c$  del eje. Este fenómeno solo se puede observar cuando el eje está cerca de la rotura donde los desplazamientos son muy grandes a velocidades de giro pequeñas.

La aparición de un segundo pico de desplazamiento mayor que el primero ocurre siempre para un eje de  $\alpha=0.5$ , mientras que para un eje de  $\alpha=0.45$  este hecho aparece después de una serie de tomas de datos. Si este segundo pico mayor que el primero es característico de un eje de  $\alpha=0.5$ , podemos usar este hecho como un indicador del tamaño de la fisura. De esta manera

cuando en un eje de  $\alpha=0.45$  ocurra, probablemente la fisura haya avanzado hasta  $\alpha=0.5$  (figura 4.13).

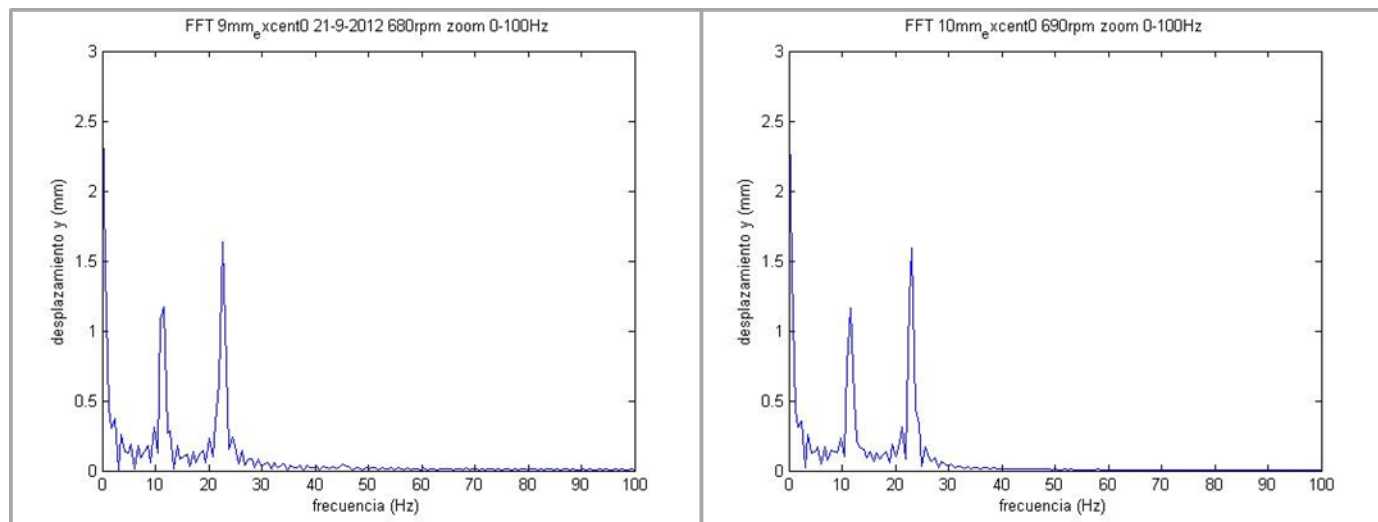


Figura 4.13- Comparativa de picos de desplazamiento  $\alpha=0.45$  y  $\alpha=0.5$ .

Podemos observar la similitud de la FFT en la figura 4.13, en el gráfico de la izquierda podemos ver un eje  $\alpha=0.45$  y en la derecha un eje  $\alpha=0.5$ , esta similitud nos puede indicar que la fisura ha crecido y que se puede tener un tamaño aproximado de 10mm.

Con el objetivo de observar la evolución de los desplazamientos de ambos ejes y poder compararlos a continuación, se exponen una serie de gráficas desde el inicio de la toma de medidas hasta su rotura donde se representa el desplazamiento vertical de los ejes, en función de la velocidad de giro.



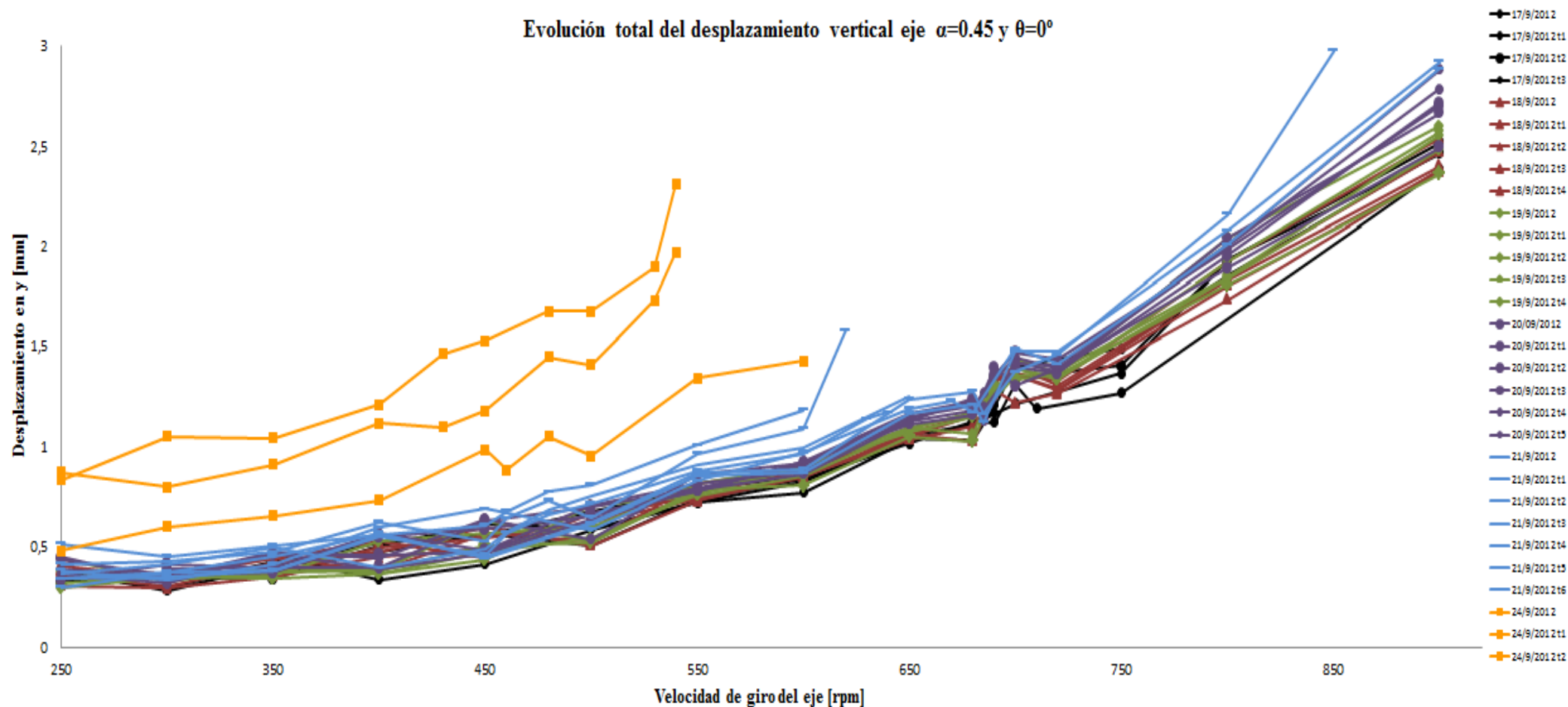


Figura 4.14- Evolución total del desplazamiento vertical eje  $\alpha=0.45$ .

Evolución total del desplazamiento vertical eje  $\alpha=0.45$  y  $\theta=0^\circ$

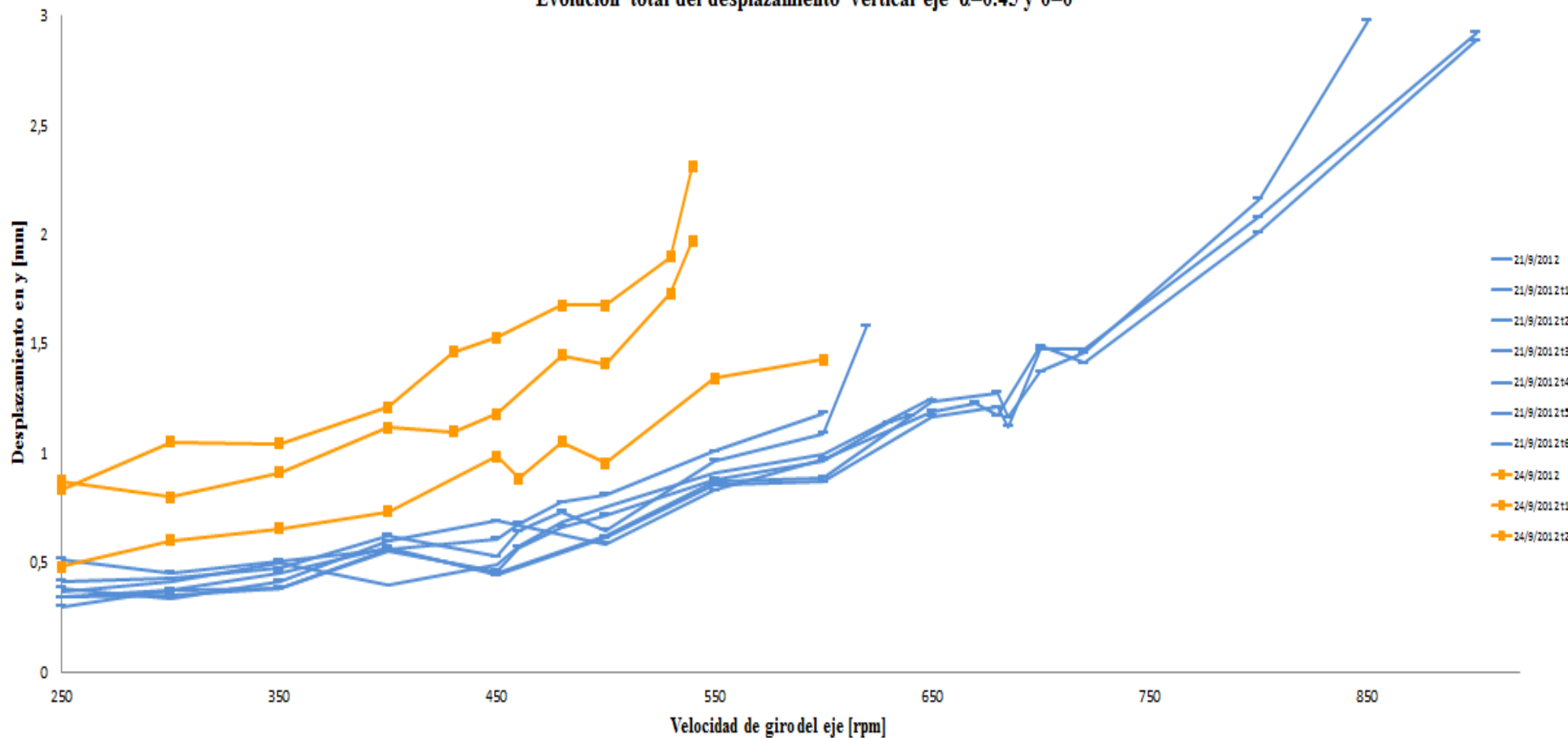


Figura 4.15- Detalle de las últimas muestras de desplazamiento vertical eje  $\alpha=0.45$ .

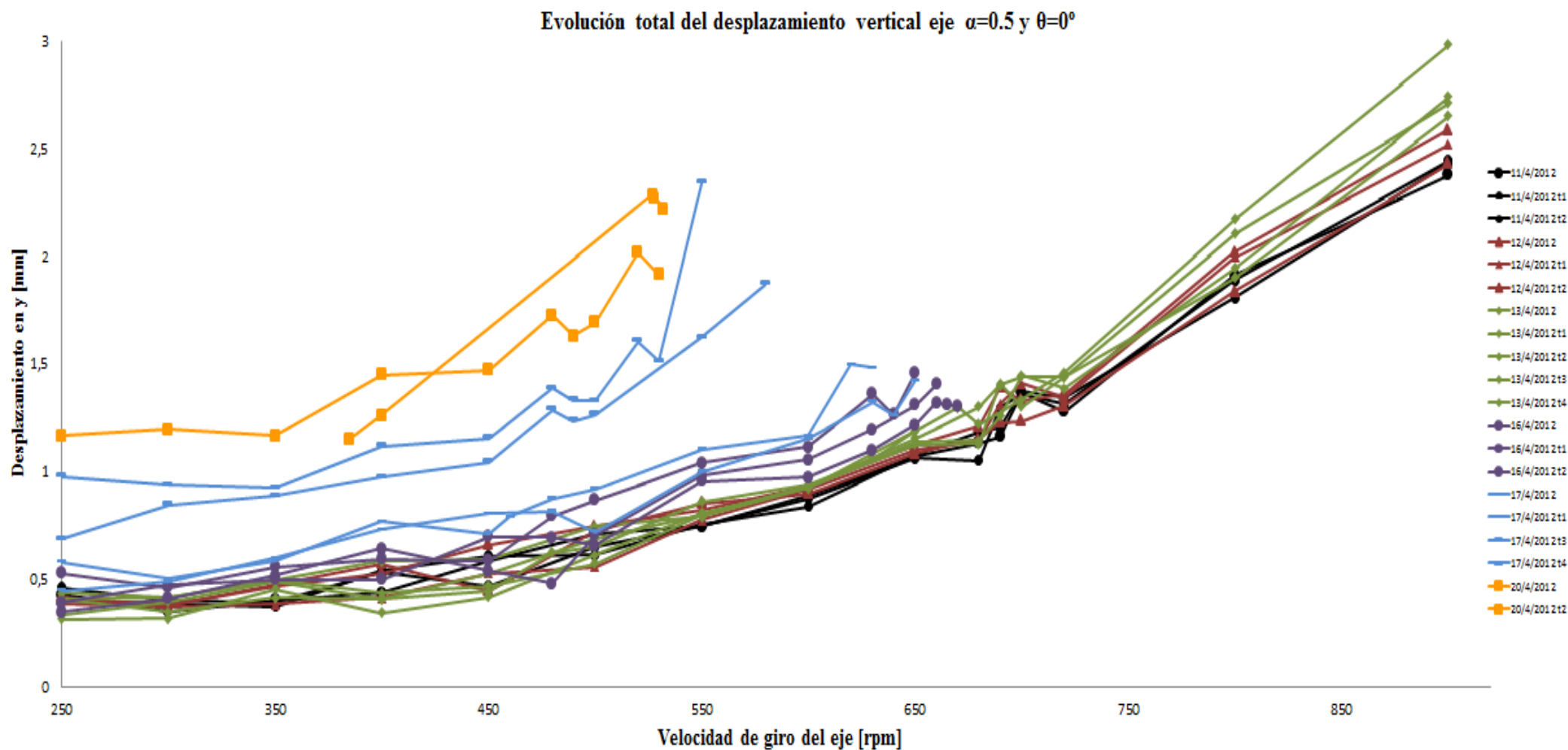


Figura 4.16- Evolución total del desplazamiento vertical eje  $\alpha=0.5$ .

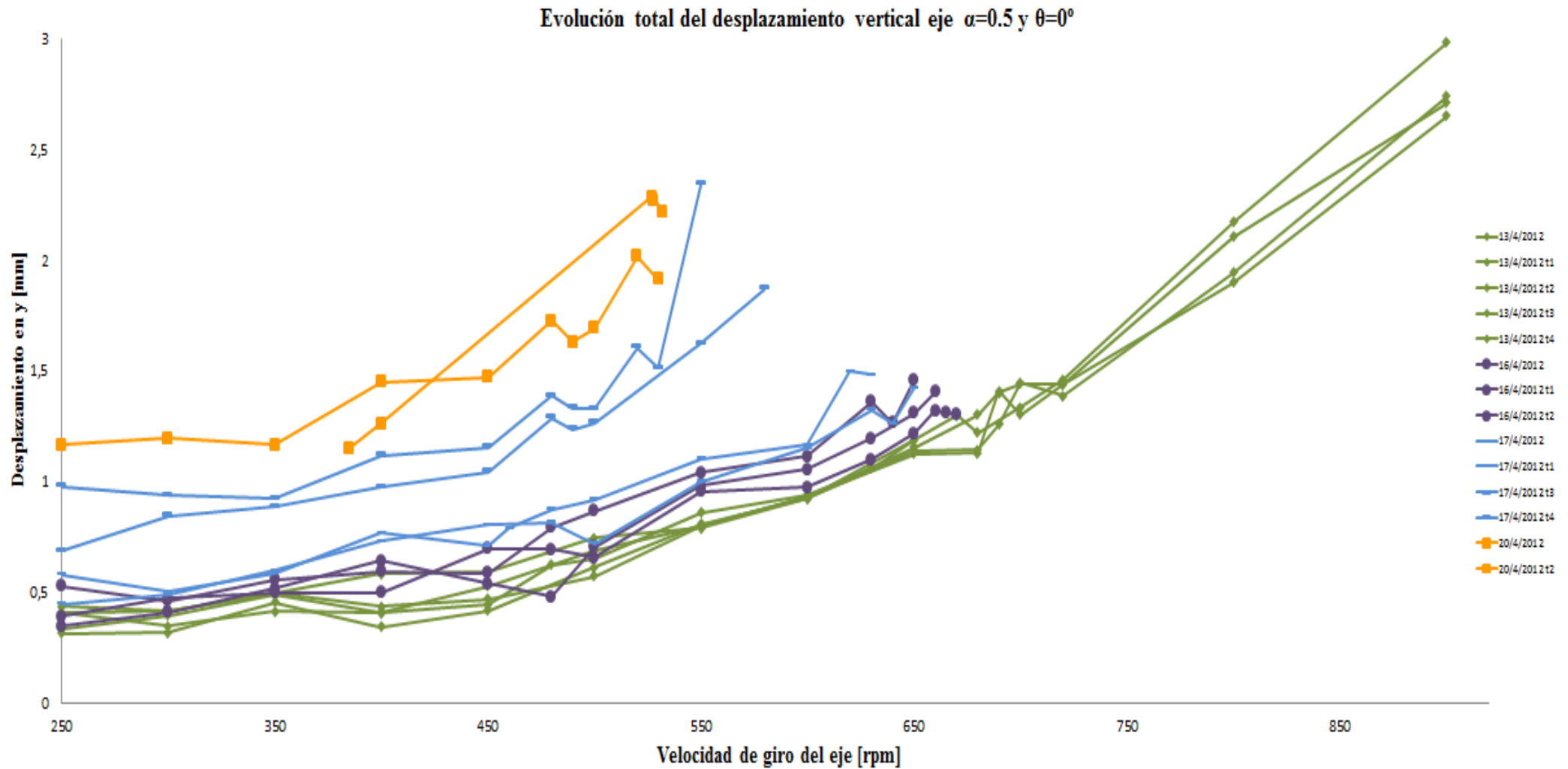


Figura 4.17- Detalle de las últimas muestras de desplazamiento vertical eje  $\alpha=0$ .

En las figuras 4.14 y 4.16 podemos observar como los las gráficas de los ejes  $\alpha=0.45$  y  $\alpha=0.5$  son similares, podemos suponer que existe un punto en la figura 4.14 donde la fisura pasa de  $\alpha=0.45$  a  $\alpha=0.5$ . Según lo comentado anteriormente, el indicador donde se produciría ese aumento del tamaño de la fisura sería cuando el segundo pico es mayor que el primero, esto se situaría en la muestra tomada el 21/9/2012.

## 4.2 APLICACIÓN DE FFT A DISINTA EXCENRICIDAD

Una vez expuestos los resultados para los ejes con excentricidad  $\theta=0^\circ$ , vamos a analizar con la Transformada de Fourier que ocurre cuando modificamos la posición de la masa excéntrica. Para ello vamos a comparar los resultados obtenidos con el eje  $\alpha=0.5$  y  $\theta=0^\circ$  con otros dos ejes con la misma profundidad de fisura pero con una excentricidad de  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=90^\circ$ .

### 4.2.1 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.5$ Y $\theta=45^\circ$

Como se ha realizado para los anteriores ejes, en primer lugar analizamos la FFT para las primeras muestras tomadas y observamos cómo evolucionan los picos de desplazamientos. Se ha de mencionar que para este eje con excentricidad  $\theta=45^\circ$ , los datos disponibles son menores, lo que puede indicar que la rotura se produce antes que para un eje con  $\theta=0^\circ$ .

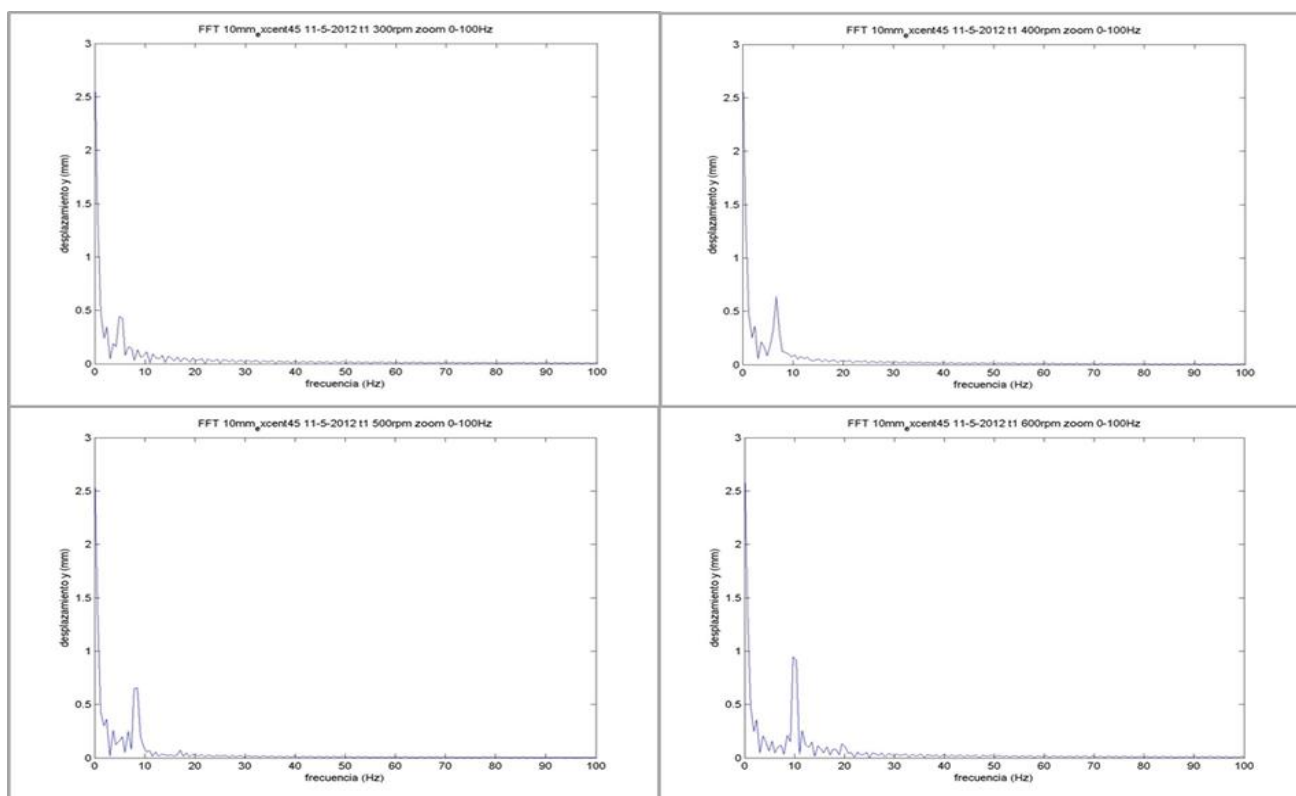


Figura 4.18- FFT para 10mm excent45 11-5-2012 de 300-600rpm.

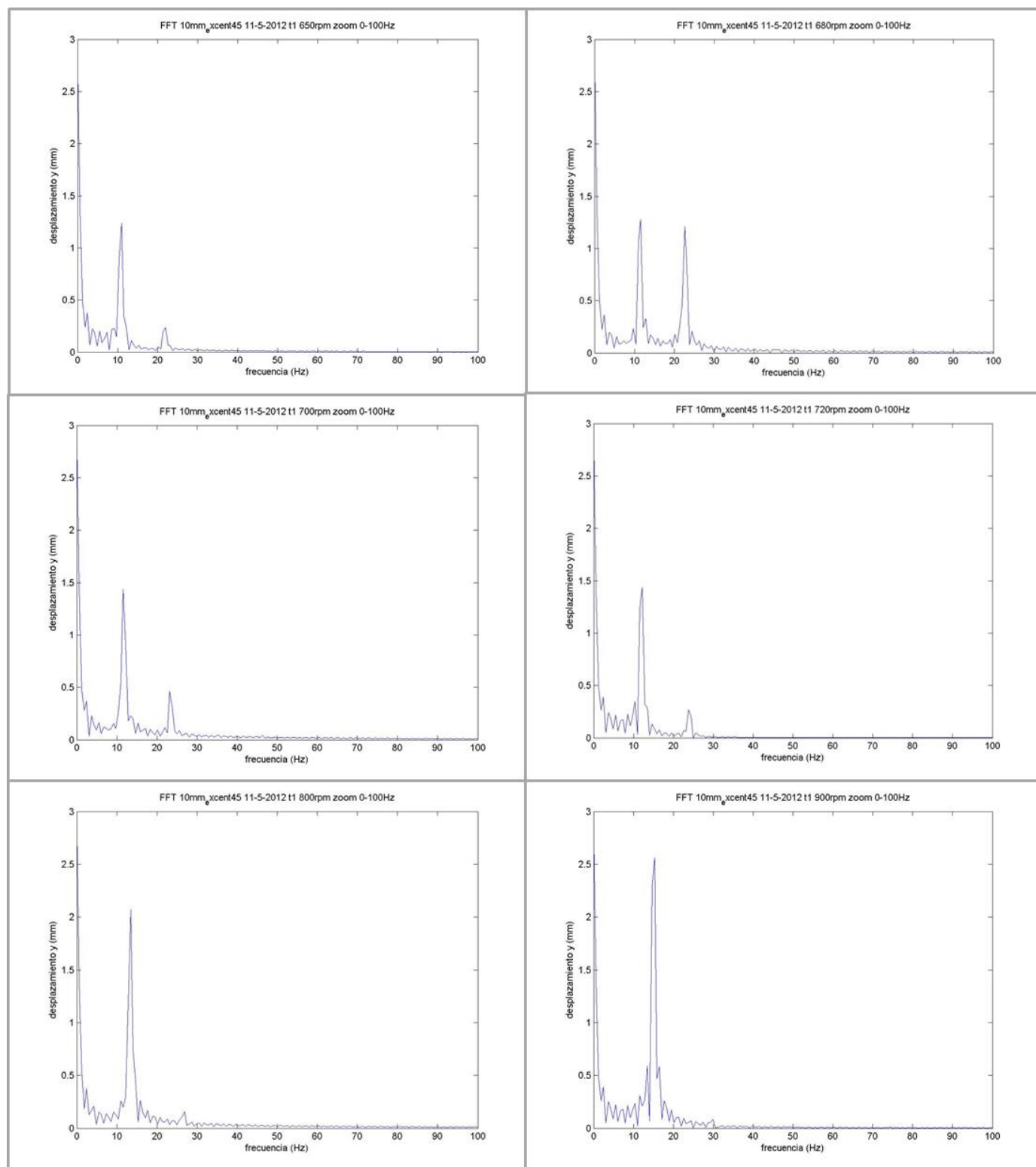


Figura 4.19- FFT para 10mm excent45 11-5-2012 de 650-900rpm.

Podemos observar en las figuras 4.18 y 4.19 que la FFT es similar a la de excentricidad  $\theta=0^\circ$  pero, en este caso el segundo pico de desplazamientos no es mayor que el primero.

#### 4.2.2 FFT PARA UN EJE FISURADO DE $\alpha=0.5$ Y $\theta=90^\circ$

A continuación, se exponen los resultados de FFT para un eje  $\alpha=0.5$  y  $\theta=90^\circ$ , al igual que anteriormente los resultados son similares.

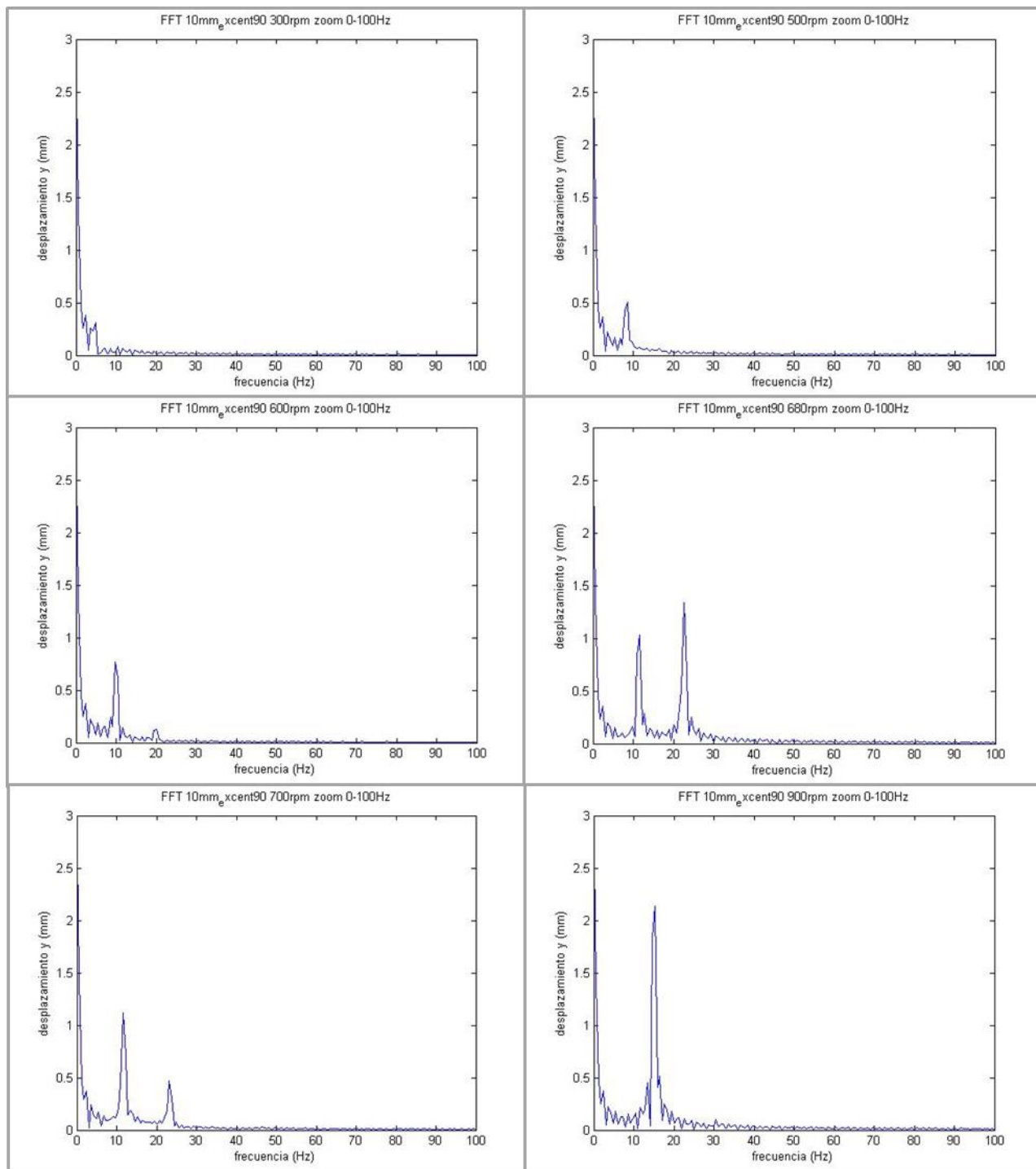


Figura 4.20- FFT para 10mm excent90 17-5-2012 de 300-900rpm.

Podemos observar en la figura 4.20 que en este caso los segundos picos de desplazamientos sí son mayores que los primeros al igual que para una excentricidad  $\theta=0^\circ$ .

### 4.2.3 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

A continuación, vamos a comparar los resultados obtenidos en la FFT de los ejes de  $\alpha=0.5$  y  $\theta=0^\circ$ ,  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=90^\circ$ . Para ello vamos a comparar los desplazamientos que sufre cada eje en la primera muestra tomada, esto nos indicará cuál de los casos es más desfavorable y cual más favorable (tabla 4.3).

Tabla 4.3- Desplazamiento vertical para  $\theta=0^\circ$ ,  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=90^\circ$ .

Excentricidad		$\theta=0^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=90^\circ$
Velocidad [rpm]	Frecuencia [Hz]	Eje y [mm]	Eje y [mm]	Eje y [mm]
300	5	0.3518	0.4425	0.3105
350	5.83	0.4029	0.5341	0.3181
400	6.67	0.4349	0.6376	0.369
450	7.5	0.5857	0.7713	0.5475
500	8.33	0.7126	0.6559	0.5081
550	9.17	0.745	0.9422	0.7365
600	10	0.8874	0.9462	0.766
650	10.83	1.069	1.237	0.9462
680	11.33	1.131	1.276	1.032
690	11.5	1.163	1.444	1.171
700	11.67	1.368	1.437	1.122
720	12	1.28	1.437	1.129
800	13.33	1.911	2.071	1.648
900	15	2.378	2.559	2.134

Si observamos los datos de la tabla 4.3 y comparamos  $\theta=0^\circ$  y  $\theta=45^\circ$  podemos observar claramente que para misma velocidad de giro el desplazamiento que sufre el eje es mayor para  $\theta=45^\circ$ . Esto podría ser un indicativo de por qué tenemos menos datos para el eje de  $\theta=45^\circ$ , ya que al sufrir mayores desplazamientos desde el inicio, el eje rompe antes.

Por otro lado, si comparamos  $\theta=0^\circ$  y  $\theta=90^\circ$  vemos que para las mismas velocidades de giro el desplazamiento vertical sufrido por el eje de  $\theta=90^\circ$  es menor. Según estos datos podemos intuir que la excentricidad más desfavorable sería  $\theta=45^\circ$  y en cambio la más favorable la excentricidad  $\theta=90^\circ$  (figura 4.21).



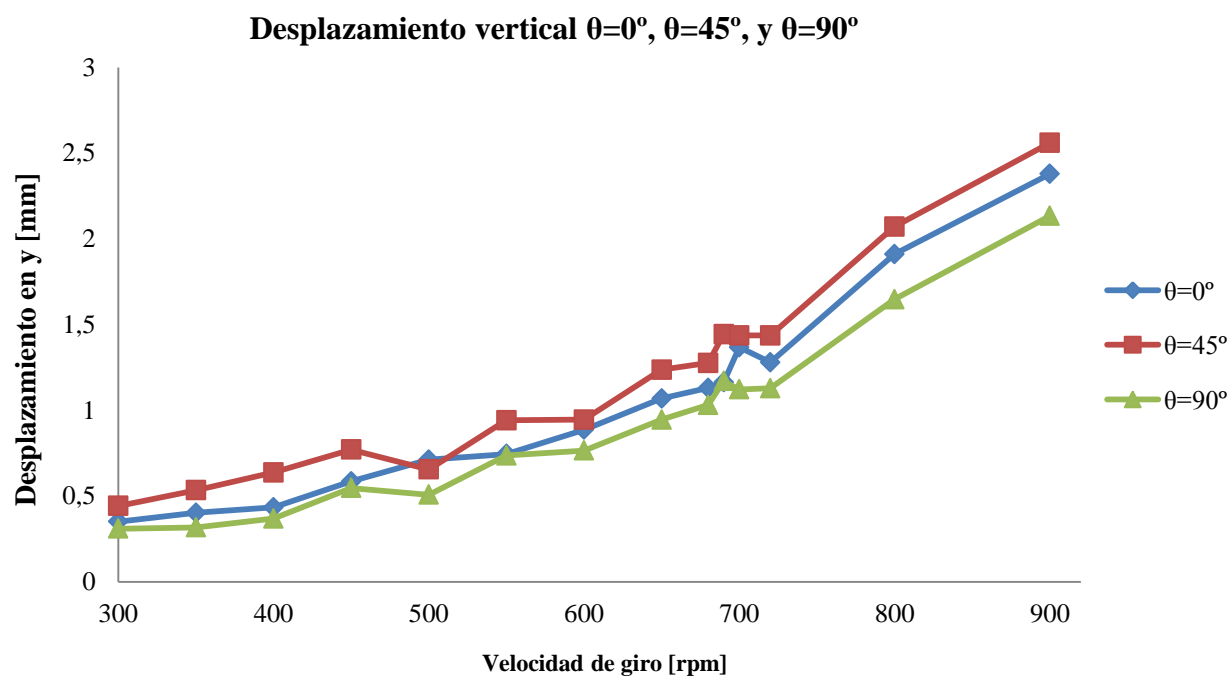


Figura 4.21- Comparación de los desplazamientos verticales para  $\theta=0^\circ$ ,  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=90^\circ$ .

### 4.3 EVOLUCIÓN DE LAS ÓRBITAS Y LA FFT

Por último, con el objetivo de relacionar los datos obtenidos por la Transformada de Fourier con la evolución que sufren las órbitas del eje, se realiza una comparativa entre ambas. Con la intención de encontrar alguna relación entre los picos de desplazamiento y los lazos formados por las órbitas del eje, comparamos las órbitas con FFT a una velocidad de giro determinada, para ello usaremos un eje de  $\alpha=0.5$  y  $\theta=0^\circ$  como ejemplo.

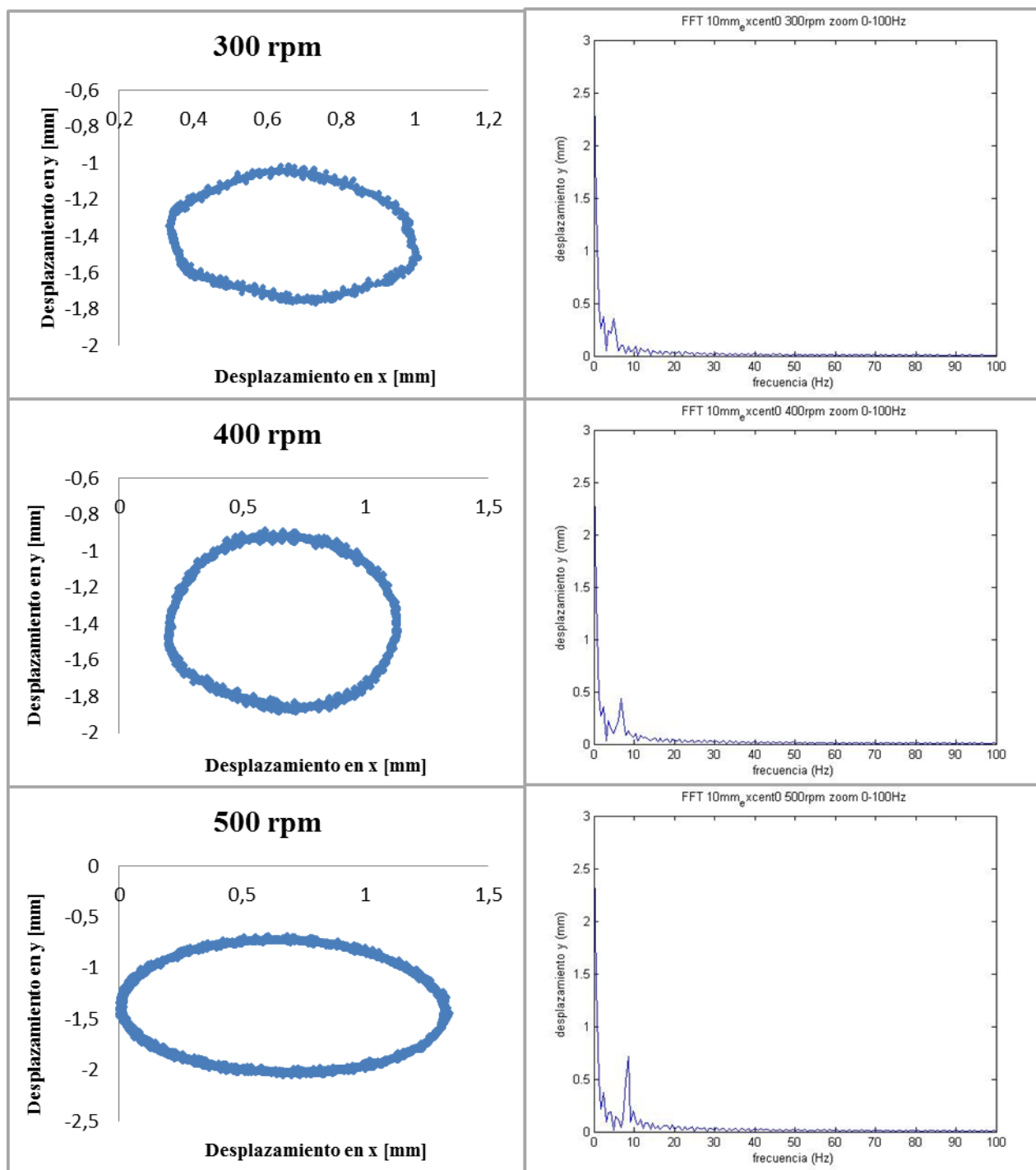


Figura 4.22- Comparación de las órbitas y FFT 400-500 rpm.

Como se puede observar en la figura 4.23, para velocidades de giro pequeñas las órbitas que genera el eje son aproximadamente elípticas. A estas velocidades de giro el pico de desplazamientos es pequeño al igual que el tamaño de la órbita.

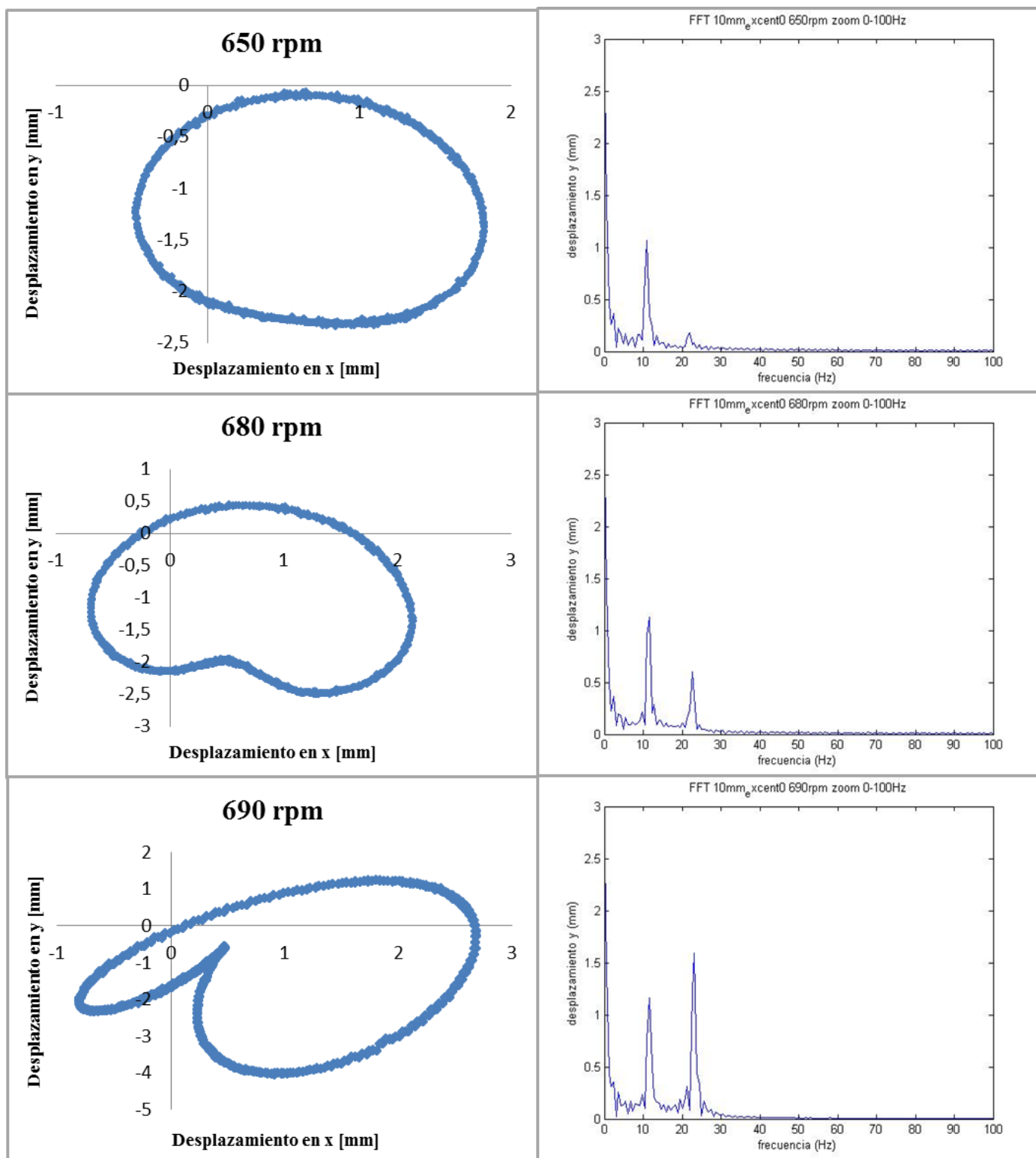


Figura 4.23- Comparación de las órbitas y FFT 650-690 rpm.

A partir de 650 rpm empieza a aparecer el segundo pico de desplazamiento, que coincide con la deformación de la órbita del eje, esta deja de ser elíptica y se pueden observar la aparición de los llamados lazos (figura 4.24). Coincidiendo con que el segundo pico de desplazamientos es mayor que el primero la órbita se deforma generando un lazo interior. Podemos intuir que existe una relación entre la aparición de los dos picos de desplazamientos con los lazos interiores de las órbitas del eje.

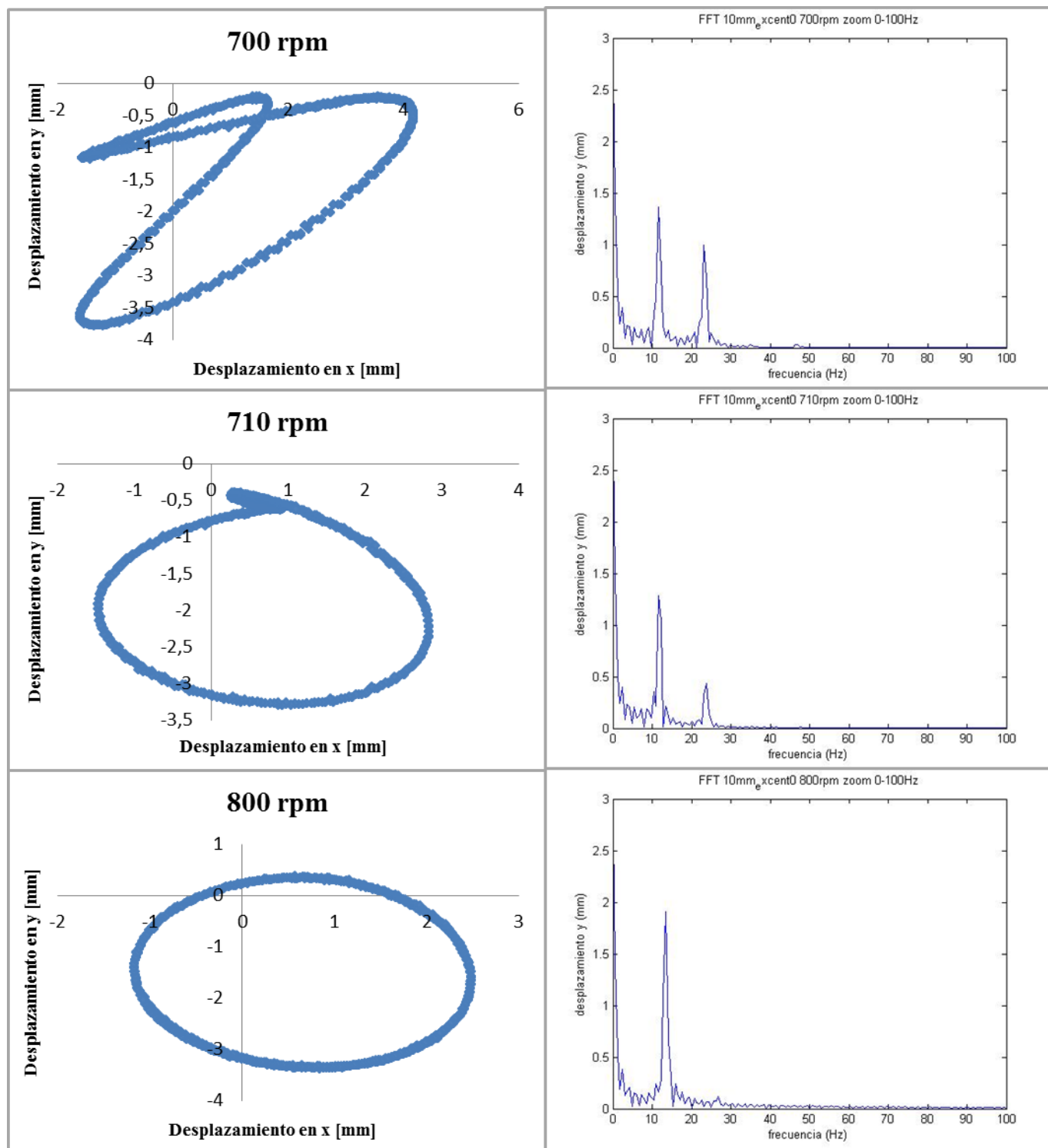


Figura 4.24- Comparación de las órbitas y FFT 700-800 rpm.

Según la figura 4.25, observamos la mayor deformación de las órbitas para una velocidad de 700 rpm, donde se observan varios de estos lazos. Cuando comienza a desaparecer el segundo pico de desplazamientos, los lazos de las órbitas desaparecen y esta vuelve a tener una forma elíptica. Este fenómeno se reproduce para todos los ejes y todas las muestras analizadas lo que nos hace pensar que existen una relación entre el cambio de forma de las órbitas y la FFT, cuando existen dos picos de desplazamientos en la FFT aparecen lazos en las órbitas.

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### 5.1 CONCLUSIONES

A continuación, se exponen las conclusiones generales que se han obtenido de este proyecto:

En primer lugar, según los cálculos realizados de frecuencia natural y velocidad crítica para un eje intacto y la posterior comparación con los datos aportados por el banco de ensayos, podemos determinar que las condiciones de contorno del banco de ensayo se aproximan más un sistema biempotrado que a un sistema biapoyado.

La utilización de la Transformada de Fourier, nos ha permitido observar que existen varios picos de desplazamientos para un eje fisurado. Cuando nos encontramos alejados de la velocidad crítica del eje  $\omega_c$  podemos ver un pico de desplazamientos a la velocidad de giro del eje. Cuando nos encontramos próximos a  $\omega_c$  existen dos picos de desplazamientos, un primer pico a  $1/2\omega_c$  coincidiendo con la velocidad de giro y un segundo pico a la velocidad crítica  $\omega_c$ . Además de estos dos picos de desplazamientos, cuando nos encontramos próximos a la rotura del eje aparece un tercer pico de desplazamientos, de manera que el primer pico se encuentra a  $1/3\omega_c$ , el segundo pico a  $1/2\omega_c$  y por último el tercer pico a la velocidad crítica del eje.

Por otro lado, gracias al análisis realizado por la FFT podemos ver como los picos de desplazamientos que se producen en los ejes fisurados, cada vez aparecen a velocidades más pequeñas. Esto se debe a la propagación del tamaño de la fisura lo que hace que la velocidad crítica del eje se reduzca.

Con el objetivo de buscar una relación o un elemento indicativo de la propagación de la fisura, se ha comparado los ejes fisurados  $\alpha=0.45$  y  $\alpha=0.5$  con excentricidad  $\theta=0^\circ$ . Se ha concluido que probablemente la fisura ha propagado de  $\alpha=0.45$  a  $\alpha=0.5$ , cuando el segundo pico de desplazamientos observado en la FFT es mayor que el primero, hecho característico de

los ejes de  $\alpha=0.5$ . Dado que este fenómeno aparece en los ejes de  $\alpha=0.45$ , a partir de un cierto número de muestras analizadas, podríamos usar este hecho como el elemento indicativo de la propagación de la fisura.

Las conclusiones obtenidas a la hora de comparar ejes fisurados de  $\alpha=0.5$  y  $\theta=0^\circ$ ,  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=90^\circ$  son las siguientes, si comparamos los desplazamientos verticales de los tres ejes podemos determinar que la posición de la masa excéntrica más desfavorable es la de  $\theta=45^\circ$  donde se observan los mayores desplazamientos, mientras que por el contrario la más favorable la de  $\theta=90^\circ$ .

Por último, se comparan la FFT con las órbitas generadas por el eje fisurado. En este caso es evidente que una relación entre los picos de desplazamientos y los lazos formados en las órbitas de los ejes. Cuando tenemos un solo pico a la velocidad de giro las órbitas tienen una forma aproximadamente elíptica. Mientras que cuando tenemos dos picos de desplazamiento uno a la mitad de la velocidad crítica y otro a la velocidad crítica del eje, en este momento es cuando se pueden observar los lazos en las órbitas.

## 5.2 TRABAJOS FUTUROS

Una vez vistos los resultados y conclusiones que se han obtenido en este proyecto a continuación, se exponen una serie de posibles trabajos futuros:

Para poder determinar cuándo se produce el indicador del segundo pico de desplazamientos, incorporar al banco de ensayos un contador de ciclos. De esta manera podríamos determinar el número de ciclos que ha sufrido el eje de  $\alpha=0.45$  hasta que el segundo pico es mayor que el primero y establecer el número de ciclos que es necesario para la propagación de la fisura. Actualmente es prácticamente imposible calcular el número de ciclos de que sufre el eje, ni siquiera de manera aproximada dado que no se puede saber cuándo se detiene y cuando no.

Otro de los trabajos futuros que se proponen, es la continuación del análisis de ejes fisurados mediante la Transformada de Fourier. Analizar ejes con fisuras de  $\alpha=0.4$   $\alpha=0.3$  y  $\alpha=0.2$ , dado que se disponen de datos del banco de ensayos y realizar gráficos de desplazamientos verticales en función de la velocidad de giro similares a los de este proyecto. De esta manera comparar los distintos gráficos y determinar que regiones del gráfico de desplazamientos corresponden a cada tamaño de fisura. Además de la utilización de los gráficos buscar otros posibles elementos indicativos de la propagación de la fisura utilizando la FFT.

Continuar con el estudio de la posición de la masa excéntrica, analizando más posiciones y determinar qué posición es la más desfavorable y cuál es la más favorable para la propagación del eje.

Por último, realizar un modelo de simulación con las condiciones de contorno del banco de ensayos utilizado para poder contrastar los resultados y conclusiones que se han obtenido en este proyecto.



# CAPÍTULO 6

## PRESUPUESTO

A continuación, se presenta una estimación de los costes necesarios para la realización de este proyecto. Estos costes se desglosan en varias categorías:

- Costes asociados al personal involucrado en el proyecto.
- Costes relacionados con el material, equipos utilizados y aplicaciones necesarias (con sus respectivas licencias de uso).

En primer lugar, se exponen una lista de las tareas realizadas así como su duración, tal y como se puede ver en la tabla 6.1.

Tabla6.1- Estimación de horas de duración del proyecto.

Tarea	h/día	Días	horas
1. Propuesta	1	1	1
2. Inicio de proyecto	2	1	2
3. Planificación del proyecto	2	1	2
4. Análisis de datos			
4.1 Exportar datos a Excel	4	10	40
4.2 Aplicar FFT en Matlab	5	20	100
4.3 Exportar FFT a Excel	5	15	75
4.5 Comparación de datos	3	5	15
4.4 Representación gráfica de resultados	5	10	50
5. Redacción de la memoria	6	15	90
Horas Totales			375

Se estima el tiempo dedicado por el tutor como un mes en su labor de supervisión del trabajo realizado en este proyecto, en el que su duración ha sido de cuatro meses, con un total aproximado de 375 horas de trabajo. De esta manera se estima una duración de 93.75 horas dedicadas al mes.

En lo referente a la segunda categoría del presupuesto, se ha utilizado un ordenador personal y este ha sido utilizado durante la totalidad del proyecto. Las aplicaciones necesarias para la consecución del proyecto son los programas Matlab, Excel y Word, estos dos últimos de Microsoft Office.

El proyecto tiene un coste total de 13,158.9 Euros, a continuación se detalla los costes necesarios para la realización.

1.- Autor: **EDUARDO ESTANHEIRO MOTA**

2.- Departamento: **Ingeniería Mecánica**

3.- Descripción del Proyecto:

- Título **ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE LA EVOLUCIÓN DE LAS Y ÓRBITAS Y EL FRENT DE FISURA DE UN EJE GIRATORIO**

- Duración (meses) **4**

Tasa de costes Indirectos: **20%**

4.- Presupuesto total del Proyecto (valores en Euros):

**13,158.9 €**

5.- Desglose presupuestario (costes directos):

**PERSONAL**

Apellidos y nombre	NIF.	Categoría	Dedicación (hombres mes)*	Coste hombre mes	Coste (Euro)
Eduardo Estanheiro Mota		Ingeniero junior	2.85	2,694.39	7,679.01
Laura Montero García		Ingeniero senior	0.71	4,289.53	3,045.56
<b>Hombres mes</b>			<b>3.56</b>	<b>Total</b>	<b>10,724.57 €</b>

\* 1 Hombre mes = 131,25 horas. Máximo anual de dedicación de 12 hombres mes (1575 horas)

Máximo anual para PDI de la Universidad Carlos III de Madrid de 8,8 hombres mes (1155 horas)

**EQUIPOS**

Descripción	Coste (Euro)	% Uso dedicado proyecto	Dedicación (meses)	Periodo de depreciación	Coste imputable**
Ordenador Personal	691.20	100	4	60	46.08
Licencia Microsoft Office 2010	149.00	80	4	60	7.95
Licencia Matlab	6,238.00	60	3	60	187.14
<b>Total</b>					<b>241.17 €</b>

\*\*Fórmula de cálculo de la Amortización:

$$\frac{A}{B} \times C \times D$$

**A** = n° de meses desde la fecha de facturación en que el equipo es utilizado

**B** = periodo de depreciación (60 meses)

**C** = coste del equipo (sin IVA)

**D** = % del uso que se dedica al proyecto (habitualmente 100%)

**NOTA: no tenemos costes de subcontratación de tareas u otros costes del proyecto.**

6.- Resumen de costes:

Presupuesto Costes Totales	Presupuesto Costes Totales
Personal	10,724.57
Amortización	241.17
Subcontratación de tareas	0
Costes de funcionamiento	0
Costes Indirectos	2,193.15
<b>Total</b>	<b>13,158.9 €</b>

# CAPÍTULO 7

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] José Manuel Machorro López. (2005). *Experimentación y validación de modelos dinámicos para detectar fisuras en ejes rotatorios de maquinaria en operación (tesis doctoral)*. Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.
- [2] T. C. Tsai, Y. Z. Wang. *Vibration analysis and diagnosis of a cracked shaft*. Journal of Sound and Vibration (1996) 192 (3), 607-620.
- [3] J. Sinou, A.W. Lees. *The influences of cracks in rotating shafts*. Journal of Sound and Vibration 285 (2005) 1015-1037.
- [4] Armando Zambrano Reyes. (2005). *Estudio numérico-analítico de la respuesta vibratoria de ejes fisurados (tesis doctoral)*. Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.
- [5] W.J MacQuorn Rankine. *On the centrifugal force of rotating shafts*. Engineer (1869), Vol 27, 249-249.
- [6] S. Dunkerley. *On the whirling and vibration of shafts*. Philos. Trans. R. Soc. London (1894), Ser. A, Vol. 185, 279-359.
- [7] H. H. Jeffcott. *The lateral vibration of loaded shafts in the neighborhood of a whirling speed: the effect of want of balance*. Philos. Mag. (1919) Vol 37, 304-315.
- [8] D. M. Smith. *The motion of a rotor carried by a flexible shaft in flexible bearings*. Proc. R. Soc. London (1933), Ser. A, Vol 142, 92-118.
- [10] J. Sinou, A. W. Lees. *The influence of cracks in rotating shafts*. Journal of Sound and Vibration 285 (2005) 1015-1037.

- [11] J. Gómez-Mancilla, J. Sinou, V.R. Nosov, F. Thouverez, A. Zambrano. The influence of crack-imbalance orientation and orbital evolution for an extended cracked Jeffcott rotor. *C. R. Mecanique* 332 (2004) 955–962.
- [12] M. A. Al-Shudeifat, Eric A. Buthcer. *New breathing functions of the transverse breathing of the cracked rotor system: Approach for critical and subcritical harmonic analysis*. *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011) 526-544.
- [13] Ishida, Y., Hirokawa K., and Hirose, M., 1995, “*Vibrations of a Cracked Rotor 3/2-Order Super-Subharmonic and One Half-Order Subharmonic Resonances*”. *Proceedings of 15<sup>th</sup> Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise*, Boston, MA, American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division, Vol. 84, No. 3, Pt A/1, 605-612.
- [14] Kavarana, F. H. and Kirk, R.G., 1995, “*Cracked Shaft Detection Using the Unbalance Excitation Technique*”. *ASME DE*, Vol. 84-2, Vol. 3, Pt B, 1001-1007.
- [15] Chris A. Papadopoulos. “*The strain energy release approach for modeling crack in rotors: A state of the art review*”. *Mechanical Systems and Signal Processing* 22 (2008) 763-789.
- [16] Tejas H. Patel, Ashish K. Darpe. “*Influence of a crack breathing model on nonlinear dynamics of a cracked rotor*”. *Journal of Sound Vibration* 311 (2008) 953-972.
- [17] Tejas H. Patel, Ashish K. Darpe. “*Vibration response of a cracked rotor in presence of rotor-stator rub*”. *Journal of Sound Vibration* 317 (2008) 841-965.
- [18] Andrés Ramírez Macías (2013). *Diseño, construcción e instrumentación de un sistema rotor-chumaceras basado en el modelo Jeffcott para el análisis de vibraciones (proyecto fin de carrera)*. Universidad Tecnológica de la Mixteca, México.
- [19] William D. Callister. “*Introducción a la ciencia e ingeniería de los materiales*”. Reverte 1995. Capítulo 8.
- [20] Laura Montero García (2012). *Influencia de diferentes parámetros experimentales en la evolución de las órbitas y el frente de fisura (trabajo fin de máster)*. Universidad Carlos III de Madrid.
- [21] Gasch, R. 1976. “*Dynamic Behavior of a Simple Rotor with a Cross-Sectional Crack*”. *Proceedings of the International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, Institute of Mechanical Engineers, 123-128.

- [22] Mayes, I.W, and Davies, W.G.R, 1984. “*Analisis of the Response of a Multi-Rotor-Bearing System Containing a Transverse Crack in a Rotor*”, Trans. of the ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 106, 139-145.